Stricto Sensu Editora

MATEMÁTICA BÁSICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS AGRÁRIAS

ISBN: 978-65-86283-94-5

Autores:

José Genivaldo do Vale Moreira
Rogério Lopes Craveiro
Hugo Mota Ferreira Leite
André Luiz Melhorança Filho

Vol. 1

2023

José Genivaldo do Vale Moreira

Rogério Lopes Craveiro

Hugo Mota Ferreira Leite

André Luiz Melhorança Filho

Matemática básica aplicada às Ciências Agrárias

Volume 1

Rio Branco - Acre

Stricto Sensu Editora

CNPJ: 32.249.055/001-26

Prefixos Editorial: ISBN: 80261 – 86283 / DOI: 10.35170

Editora Geral: Profa. Dra. Naila Fernanda Sbsczk Pereira Meneguetti

Editor Científico: Prof. Dr. Dionatas Ulises de Oliveira Meneguetti

Bibliotecária: Tábata Nunes Tavares Bonin – CRB 11/935

Capa: Elaborada por Led Camargo dos Santos (ledcamargo.s@gmail.com)

Avaliação: Foi realizada avaliação por pares, por pareceristas *ad hoc*

Revisão: Realizada pelos autores

Conselho Editorial

Ficha Catalográfica

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M425

Matemática básica aplicada às ciências agrárias / José Genivaldo do Vale Moreira... [et al.]. – Rio Branco : Stricto Sensu, 2023.
95 p. : il.

ISBN: 978-65-86283-94-5
DOI: 10.35170/ss.ed.9786586283945

1. Matemática. 2. Cálculos agronômicos. 3. Medidas agrárias. I. Moreira, José Genivaldo do Vale. II. Craveiro, Rogério Lopes. III. Leite, Hugo Mota Ferreira. IV. Melhorança Filho, André Luiz. V. Título.

CDD 22. ed. 519

Bibliotecária Responsável: Tábata Nunes Tavares Bonin / CRB 11-935

www.sseditora.com.br

PREFÁCIO

A matemática básica é fundamental para a engenharia agronômica, pois fornece a base necessária para a compreensão e resolução de problemas relacionados à área, que lida com a produção e manejo de plantas, animais e outros recursos naturais. Através dela, é possível fazer cálculos e análises que são importantes para o planejamento e a execução de atividades agrícolas. Por intermédio do estudo da matemática, é possível desenvolver habilidades importantes, como o raciocínio lógico, a capacidade de análise e interpretação de dados, além de fornecer as ferramentas para a resolução de problemas complexos.

Na engenharia agronômica, a matemática é usada em diversas vertentes, como na agronomia de precisão, no manejo de solos, no cálculo de doses de fertilizantes e defensivos agrícolas, no planejamento e dimensionamento de sistemas de irrigação, na análise econômica para comercialização da produção agrícola, entre outras.

Algumas das principais áreas da agronomia que dependem da matemática básica incluem: a) Estatística: sendo esta fundamental para a análise de dados em diversas áreas da agronomia, como a produção de culturas, a criação de animais e a análise de impactos ambientais, avaliação de eficiência de produtos fitossanitários, o conhecimento de estatística ajuda o profissional a tomar decisões mais assertivas profissionalmente; b) Álgebra: utilizada em diversas áreas da agronomia, como no cálculo de doses de fertilizantes e defensivos agrícolas, na determinação de áreas de plantio e na elaboração de modelos matemáticos para previsão de safra; c) Geometria: importante para o planejamento de projetos agrícolas, como a construção de cercas, tanques de psicultura, estradas e canais de irrigação; d) Cálculo: usado em diversas áreas da agronomia, como no cálculo de áreas de plantio, na indicação da quantidade de sementes por área, na determinação de taxas de crescimento e na análise de dados meteorológicos.

Além disso, a matemática básica é essencial para a compreensão de conceitos e fórmulas mais avançadas da agronomia, como a bioquímica, a física e a genética. Portanto, é importante que os profissionais da agronomia tenham uma base sólida realizem suas atividades profissionais com eficiência e precisão, permitindo aplicação prática de conhecimentos e habilidades em diversas áreas da engenharia agronômica, contribuindo para a eficiência e a sustentabilidade do agronegócio.

Prof. Dr. André Luiz Melhorança Filho.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 7

NÚMEROS REAIS E OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS 7

1.1. INTRODUÇÃO 7

1.2. FORMA DECIMAL E NOTAÇÃO CIENTÍFICA DOS NÚMEROS REAIS 10

CAPÍTULO 2 13

RAZÃO E PROPORÇÃO 13

2.1. INTRODUÇÃO 13

2.2. RAZÃO 14

2.3. PROPORÇÃO 15

CAPÍTULO 3 26

REGRA DE TRÊS E PORCENTAGEM... 26

3.1. INTRODUÇÃO 26

3.2. GRANDEZAS PROPORCIONAIS 26

3.3. REGRA DE TRÊS 30

CAPÍTULO 4 54

UNIDADES DE MEDIDAS 54

4.1. INTRODUÇÃO 54

4.2. UNIDADES DE COMPRIMENTO... 56

4.3. UNIDADES DE MEDIDA DE MASSA.. 58

4.4. UNIDADES DE MEDIDA DE TEMPO 59

4.5. UNIDADES DE MEDIDA DE ÁREA 60

4.6. UNIDADES DE MEDIDA DE VOLUME 62

4.7. OUTRAS UNIDADES DE MEDIDAS... 64

4.8. MÉTODOS E UNIDADES TRADICIONAIS DE MEDIDA 68

REFERÊNCIAS 82

APÊNDICE A – EXPRESSÕES NUMÉRICAS.. 84

ANEXO I – PRECIPITAÇÃO PLUVIOMÉTRICA MENSAL PROVÁVEL PARA A CIDADE DE CRUZEIRO DO SUL 86

SUGESTÃO DE RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS 87

AUTORES...92

ÍNDICE REMISSIVO...94

NÚMEROS REAIS E OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

1.1. INTRODUÇÃO

Os números reais, cuja representação matemática se dá pelo símbolo $\mathbb{R}$, são elementos de um conjunto que contém todos os números que podem ser representados em uma linha numérica contínua, sem lacunas ou interrupções. Isso inclui números inteiros, números racionais (frações), números irracionais (como $\sqrt{2}$ e π) e números reais negativos e positivos.

O conjunto dos números reais é formado da união entre números racionais e irracionais. Em $\mathbb{R}$ estão definidas propriedades e aplicações que constituem importantes elementos tanto para as ciências agrárias como para outras áreas do conhecimento e, por isso fazem jus a uma revisão, ainda que breve sobre as operações básicas que podem ser feitas com esse conjunto de dados.

A **adição** faz corresponder a cada par de elementos *x, y* $\in \mathbb{R}$ a soma *x* + *y* $\in \mathbb{R}$. As propriedades **comutativa** e **associativa** são importantes para a adição. É importante lembrar que a adição possui o zero como elemento neutro.

$$a + b = b + a \qquad \text{(propriedade comutativa)}$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c \qquad \text{(propriedade associativa)}$$

$$x + 0 = 0 + x = x \qquad \text{(elemento neutro)}$$

Já a **subtração** faz corresponder a cada par de elementos *x, y* $\in \mathbb{R}$ a soma *x* + *(– y)* $\in \mathbb{R}$. É indicada por *x – y* e chamada de diferença entre *x* e *y*. Aqui são válidas a propriedades da adição.

A **multiplicação** associa ao par de elementos *x, y* $\in \mathbb{R}$ o seu produto *x . y* $\in \mathbb{R}$. Além das propriedades comutativa e associativa, define-se a distributiva. O elemento neutro da multiplicação é o elemento unitário.

$ab = ba$ (propriedade comutativa)

$a(bc) = (ab)c$ (propriedade associativa)

$a(b + c) = ab + ac$ (propriedade distributiva)

$x.1 = 1.x = x$ (elemento neutro)

Já o produto $x.y^{-1}$, representado por x/y e chamado de quociente, é a **divisão** de *x* por *y*. Evidentemente, a divisão só faz sentido se $y \neq 0$, pois o zero não possui inverso multiplicativo.

Exemplo 1.1:

São válidas as seguintes operações:

a) $15 + 10 = 10 + 15 = 25$
b) $(12 + 11) + 5 = 12 + (11 + 5) = 28$
c) $0 + 32 = 32 + 0 = 32$
d) $8 + (-6) = (-6) + 8 = 2$
e) $5.3 = 3.5 = 15$
f) $(3.4)5 = 3(4.5) = 60$

Dentro do conjunto dos números reais, os números racionais anotados na forma de fração também merecem atenção. Propriedades como soma e subtração, multiplicação e divisão de frações serão úteis no decorrer dos assuntos tratados adiante. Uma fração é a razão entre dois números inteiros, onde o dividendo é chamado de **numerador** enquanto o divisor é o **denominador**. Vale lembrar que o denominador deve ser um número diferente de zero.

A soma/subtração de frações depende do denominar. Se possuem o mesmo denominador, basta somar/subtrair os numeradores e conservar o denominador. Por outro lado, se possuem denominadores diferentes, pode-se recorrer ao MMC (mínimo múltiplo comum).

Outra saída bastante prática é utilizar a expressão a seguir:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\,.\,d + b.\,c}{b\,.\,d} \quad ou \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a\,.\,d - b.\,c}{b\,.\,d}$$

No tocante à multiplicação de frações, o método é simples e direto. Numerador é multiplicado por numerador e denominador é multiplicado por denominador. Por sua vez, na divisão de frações, pode-se utilizar à multiplicação pelo valor unitário, cujo procedimento é mostrado nos exemplos a seguir.

Exemplo 1.2:

Resolver as seguintes operações envolvendo frações:

a) $8.\frac{1}{8} = \frac{1}{8}.8 = 1$

b) $\frac{2}{3}.\frac{4}{7} = \frac{8}{21}$

Divisão igual a 1 (elemento neutro da multiplicação)

c) $\frac{3}{5}.\frac{2}{7} = \frac{6}{35}$

d) $\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{7}}.\boxed{\frac{\frac{7}{3}}{\frac{7}{3}}} = \frac{\frac{14}{15}}{\frac{21}{21}} = \frac{\frac{14}{15}}{1} = \frac{14}{15}$

e) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{3}}.\frac{\frac{3}{1}}{\frac{3}{1}} = \frac{\frac{3}{5}.\frac{3}{1}}{1} = \frac{\frac{9}{5}}{1} = \frac{9}{5}$

f) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

g) $\frac{3}{7} + \frac{3}{5} = \frac{3}{7}.\frac{5}{5} + \frac{3}{5}.\frac{7}{7} = \frac{15}{35} + \frac{21}{35} = \frac{36}{35}$

h) $\frac{3}{7} + 1 = \frac{3}{7} + \frac{7}{7} = \frac{10}{7}$

i) $\frac{1}{7} - \frac{1}{5} = \frac{1}{7}.\frac{5}{5} - \frac{1}{5}.\frac{7}{7} = \frac{5}{35} - \frac{7}{35} = -\frac{2}{35}$

j) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$

k) Sabe-se que três quartos dos moradores de uma determinada cidade são produtores rurais. Desses, dois quintos utilizam os chamados sistemas agroflorestais. A partir de tais informações, determinar:

i) Que fração dos moradores da cidade utilizam sistemas agroflorestais?

ii) Que fração dos moradores não utiliza sistemas agroflorestais?

Solução:

i) Do total de moradores da cidade, a fração daqueles que utilizam sistemas agroflorestais pode ser determinada por:

$$\frac{3}{4}.\frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Assim, sabe-se que $\frac{3}{10}$ dos moradores utilizam os sistemas agroflorestais.

ii) Em relação aos que não utilizam os referidos sistemas, tem-se:

$$\frac{3}{4} \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{20}$$

Portanto, dos moradores da cidade em questão, tem-se uma fração de $\frac{9}{20}$ que não utilizam sistemas agroflorestais.

Exercícios 1.1:

1. Determinar o resultado das expressões:

a) 14 + 5

b) 3 + 8 – 2

c) (3 + 8) – 2

d) 35 + (20 – 9)

e) (35 – 10) + (3 + 23)

f) (17 × 19) + (12 × 5)

g) 5 × (19 – 35)

h) 25 × (16 ÷ 4)

2. Determinar o resultado das seguintes operações envolvendo frações:

a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{7} + \frac{33}{15}$

c) $\frac{8}{5} - \frac{2}{7}$

d) $\frac{2}{7} \div \frac{3}{11}$

e) $\left(\frac{2}{7} + \frac{33}{15}\right) \cdot \frac{1}{5}$

f) $\left(\frac{3}{17} - \frac{11}{15}\right) + \frac{1}{3}$

g) $\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{12}{23} + \frac{2}{9}\right) - \frac{5}{7}$

h) $5 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)$

i) $\frac{1}{3} - 2$

j) $\frac{3}{8} - \frac{2}{5}$

k) $\left(\frac{2}{7} + \frac{33}{15}\right) + \frac{1}{5}$

l) $\left(\frac{2}{7} \div \frac{4}{11}\right) \div \frac{2}{5}$

m) $\frac{8}{5} \div \frac{2}{7}$

n) $\left(\frac{221}{5} \div \frac{33}{71}\right) \times \frac{2}{5}$

o) $\left(\frac{3}{5} \times \frac{12}{21}\right) \div \frac{2}{5}$

p) $1 \div \left(\frac{20}{3} \div \frac{4}{11}\right)$

q) $1 - \frac{2}{5}$

r) $5 \div \frac{3}{19}$

s) $\left(\frac{11}{3} \times \frac{1}{5}\right) \div \frac{21}{47}$

t) $1 - \left(\frac{3}{5} \times \frac{12}{21}\right)$

u) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{5}$

1.2. FORMA DECIMAL E NOTAÇÃO CIENTÍFICA DOS NÚMEROS REAIS

Em muitas situações práticas, especialmente nas ciências agrárias, a notação decimal e a notação científica tornam as operações mais simples.

Os números decimais surgiram na Europa ocidental, no Século XVI, como forma de fazer cálculos sem utilizar as frações. São exemplos de números decimais: A representação decimal de $\frac{1}{4}$ é 0,25; A representação decimal de $\frac{3}{2}$ é 1,5; etc.

Já o número representado em notação científica é utilizado, sobretudo, para representar valores muito grandes ou muito pequenos.

Todo número *g* pode ser pode ser escrito como o produto de um número *a* por outro que é uma potência de base 10 (10^n), de tal modo que $1 \leq a < 10$. Assim:

$$g = a \times 10^n \qquad 1 \leq a < 10$$

Regra prática para notação científica:

Se a vírgula correr para a direita, deve-se diminuir o expoente e, claro, aumentar o expoente em caso de deslocamento da vírgula à esquerda.

$$a \times 10^n \qquad\qquad a \times 10^n$$

Exemplo 1.3:

a) $0{,}3 + 0{,}2 = 0{,}5$ b) $1 - 0{,}4 = 0{,}6$ c) $3{,}5 + 0{,}25 = 3{,}75$

d) $0{,}0003 \times 0{,}2 = 0{,}00006$ e) $\frac{185}{1000} + 0{,}0025 = 0{,}185 + 0{,}0025 = 0{,}1875$

Exemplo 1.4:

Expresse os valores a seguir em notação científica:

a) $149.597.870{,}69 = 1{,}4959787069 \times 10^8 = 1{,}5 \times 10^8$

b) $0{,}00000000000000000000000166054 = 1{,}66054 \times 10^{-24}$

c) $1.000.000.000.000 = 10^{12}$

Exercícios 1.2:

1) Expressar os números a seguir em notação científica.

a) 0,00000000000000000002376

b) 12320000000000000000000000000000000

c) 0,2323300000000000000000

d) 0,000087

e) 0,000237

f) 0,00000000000000035

g) 0,00125

h) 0,0045

i) 43800000000000000

j) 0,0000000000091 $\times\ 10^{-8}$

k) 670000000000 $\times\ 10^{12}$

l) 0,00000000000000000182 $\times\ 10^{-25}$

2) Expressar em notação científica o resultado das seguintes operações.

a) $\frac{6700000000 \times 10^{8}}{324,0000 \times 10^{-6}}$

b) $\frac{1}{1,4504 \times 10^{-4}}$

c) $\frac{0,00000000001562}{32500000000}$

d) 0,00003685 $\times\ 10^{12}\ \times\ 64000\ \times\ 10^{-6}$

CAPÍTULO 2

RAZÃO E PROPORÇÃO

2.1. INTRODUÇÃO

Os conceitos de razão e proporção são largamente utilizados em várias atividades do nosso cotidiano, sobretudo no contexto das ciências agrárias e suas conexões interdisciplinares. Na área agronômica, a razão é frequentemente usada para descrever a relação entre diferentes elementos no solo ou na planta, por exemplo. A razão entre a quantidade de nitrogênio e a quantidade de fósforo no solo pode indicar o grau de fertilidade do solo, enquanto a razão entre o número de plantas e o espaço disponível também é importante, pois pode afetar o crescimento e o rendimento das culturas.

O conceito de proporção é usado, normalmente, nas Ciências Agrárias, para indicar quantidades de diferentes elementos em uma mistura ou solução, podendo citar como exemplos: a) a proporção de nutrientes em um fertilizante pode afetar sua eficácia na promoção do crescimento das plantas; b) a proporção de diferentes ingredientes em uma ração animal também é importante, pois pode afetar a nutrição e o crescimento dos animais; c) a proporção entre o tamanho das sementes e a profundidade de plantio também pode influenciar no estabelecimento e desenvolvimento das plantas.

Por isso, esses conceitos serão abordados de modo contextualizado aos procedimentos que envolvem as ciências agrárias e áreas afins, uma vez que dificuldades ainda são relatadas, convergindo para preocupações em relação às disciplinas estruturais que compõem os cursos abarcados por tais áreas. De todo modo, é quase consenso que os conceitos envolvidos nas grandezas proporcionais são ferramentas essenciais para o desenvolvimento da prática e de estudos agronômicos, zootécnicos, florestais etc.

2.2. RAZÃO

Do um modo geral, pode-se conceituar a razão por:

A razão do número ***a*** para o número ***b*** (diferente de zero) é o quociente de **a** por **b**.

A razão entre **a** e **b** pode ser escrita de seguinte forma:

$$\frac{a}{b} \;\; ou \;\; a{:}\,b, \;\; em\ que\ b \neq 0$$

Neste caso, lê-se: “**a** para **b**” ou “**a** está para **b**” ou “**a** sobre **b**”.

O primeiro termo de uma razão é denominado **antecedente**, e o segundo termo é o **consequente**.

Na razão de 5 para 7 ou $\frac{5}{7}$, o antecedente é 5 e consequente é 7.

Exemplo 2.1:

a) a razão de 2 para 5 é $\frac{2}{5}$ ou 2 : 5

b) a razão de $\frac{1}{3}$ para 5 é $\frac{\frac{1}{3}}{5} = \frac{1}{3}.\frac{1}{5} = \frac{1}{15}$ ou 1 : 15

c) a razão de 3 e $2\frac{1}{5}$ é $\frac{3}{2\frac{1}{5}} = \frac{3}{\frac{11}{5}} = \frac{3}{1}.\frac{5}{11} = \frac{15}{11}$ ou 15 : 11

A razão entre duas grandezas da mesma espécie é o quociente da divisão dos números que exprimem suas medidas. Se as grandezas são da mesma espécie, devem ser apresentadas na mesma unidade.

Exemplo 2.2:

a) a razão entre *15 m* e *20 m* é:

$$\frac{15\ m}{20\ m} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4}$$

b) a razão entre *12 cm* e *3 m* é:

$$\frac{12\ cm}{3\ m} = \frac{12\ cm}{300\ cm} = \frac{1}{25}$$

c) a razão entre *15 minutos* e *1 hora* é:

$$\frac{15\ min}{1\ h} = \frac{15\ min}{60\ min} = \frac{1}{4}$$

Se as grandezas que formam a razão não são da mesma espécie, a unidade dessa razão dependerá das unidades das grandezas expressas no antecedente e no consequente.

Exemplo 2.3:

a) a razão entre *500 rotações* e *20 minutos* é:

$$\frac{500\ rotações}{20\ min} = 25\frac{rotações}{min} = 25\ rotações/minuto$$

b) a razão entre uma distância de *300 m* e *2 minutos* é:

$$\frac{300\ m}{2\ min} = \frac{300\ m}{120\ s} = \frac{5\ m}{2\ s} = 2{,}5\ m/s$$

2.3. PROPORÇÃO

Razão é a relação entre dois valores, que pode ser expressa como uma fração. Já proporção é uma igualdade entre duas razões. Dados quatro números reais diferentes de zero (a, b, c, d), diz-se que formam uma proporção, nesta ordem, se a razão entre os dois primeiros for igual à razão entre os dois últimos. Equivalentemente, diz-se que a, b, c, d, nesta ordem, formam uma proporção, se:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\ ou\ a : b = c : d$$

Neste caso:

$a, b, c, d\ \in R$ são os termos da proporção;

$a, c\ \in R$ são os antecedentes;

$b, d\ \in R$ são os consequentes;

$a, d\ \in R$ são os extremos;

$b, c \in R$ são os meios.

Esquematicamente:

meios

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

extremos

Exemplo 2.4:

a) a igualdade entre as razões $\frac{10}{27}$ e $\frac{30}{81}$ forma uma proporção, pois $\frac{10}{27} = \frac{30}{81}$. Neste caso, 10 e 81 são os extremos enquanto 27 e 30 são os meios.

b) as razões $\frac{1}{4}$ e $\frac{25}{100}$ formam uma proporção, pois $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$. Neste caso, 1 e 100 são os extremos enquanto 4 e 25 são os meios.

2.3.1. Propriedades das proporções

Propriedade fundamental das proporções

Em uma proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a\,.\,d = b\,.\,c$$

De fato:

Na proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ multiplicando-se os dois lados da igualdade pelo produto dos consequentes das razões que a formam, tem-se:

$$\frac{a}{b}\,.\,bd = \frac{c}{d}\,.\,bd \Rightarrow a\,.\,d = c\,.\,b \Rightarrow a\,.\,d = b\,.\,c$$

A partir da propriedade fundamental é possível verificar a igualdade entre duas razões, além de outras aplicações, como a determinação de um valor desconhecido mediante os outros três componentes de uma proporção.

Exemplo 2.5:

a) a expressão $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$ é uma proporção?

Pela propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$\frac{3}{5} = \frac{21}{35} \rightarrow 3 \,.\, 35 = 5 \,.\, 21 \rightarrow 105 = 105$$

Portanto, a expressão $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$ constitui uma proporção.

b) a expressão $\frac{3}{5} = \frac{7}{12}$ é uma proporção?

Neste caso, observa-se que:

O produto dos extremos é $3 \,.\, 12 = 36$.

O produto dos meios é $5 \,.\, 7 = 35$.

Daí, tem-se que $\frac{3}{5} \neq \frac{7}{12}$ e, portanto, de acordo com a propriedade fundamental das proporções, não é uma proporção.

c) Considerando que a expressão $\frac{3}{5} = \frac{18}{x}$ é uma proporção, calcular o valor de *x*.

Pela propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$3x = 5 \,.\, 18 \Rightarrow 3x = 90 \Rightarrow x = 30$$

Portanto, para que a expressão $\frac{3}{5} = \frac{18}{x}$ seja uma proporção, o valor de *x = 30*.

2.3.2. Proporções múltiplas

Denomina-se proporções múltiplas quando se envolvem três ou mais proporções. Pode-se, ainda, ser chama de série de razões iguais ou proporção prolongada.

De forma geral, a proporção múltipla é expressa por:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \ldots = \frac{m}{n}$$

em que $a, b, c, d, e, f, \ldots, m, n \in R$

Com efeito, se:

$$\frac{a}{b} = k \; ; \; \frac{c}{d} = \; k \; ; \; \frac{e}{f} = \; k \; ; \; \ldots \; \frac{m}{n} = k$$

Daí, tem-se que:

$$a = bk$$

$$c = \; dk$$

$$e = fk$$

$$\ldots$$

$$m = nk$$

Daí:

$$a + c + e + \ldots + m = bk + dk + fk + \ldots + nk$$

$$a + c + e + \ldots + m = k(b + d + f + \ldots + n)$$

Dividindo-se ambos os membros da equação por $(b + d + f + \ldots + n)$, tem-se:

$$\frac{a + c + e + \ldots + m}{b + d + f + \ldots + n} = k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \ldots = \frac{m}{n}$$

Exemplo 2.6:

Na igualdade entre as razões a seguir, tem-se:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18}$$

Neste caso, a constante de proporcionalidade é $\frac{1}{3}$, pois todas as razões são redutíveis a $\frac{1}{3}$.

Daí:

$$\frac{1 + 2 + 4 + 6}{3 + 6 + 12 + 18} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{6}{18}$$

2.3.3. Outras propriedades das proporções

Considerando a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ são válidas as seguintes propriedades, as quais podem ser facilmente verificadas pelo leitor:

i) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$ ou $\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$

ii) $\frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b}$ ou $\frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d}$

iii) $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$ ou $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

iv) $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$ ou $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

Exemplo 2.7:

a) A soma de dois números é 54 e a razão entre eles é de 1:2. Quais são esses números?

Solução:

Considerando *x* e *y* os números procurados, então $x + y = 54$.

Como a razão entre eles é de 1:2, então $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$.

Aplicando a propriedade *iii)* apresentada no item 2.3.3, tem-se:

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x+y}{x} = \frac{1+2}{1}$$

Como $x + y = 54$, então:

$$\frac{x+y}{x} = \frac{1+2}{1} \quad \Rightarrow \frac{54}{x} = \frac{3}{1} \quad \Rightarrow \; 3x = \; 54 \quad \Rightarrow x = 18$$

Para calcular o valor de *y* basta substituir o valor de *x* na equação $x + y = 54$, ou seja:

$$x + y = \; 54 \quad \Rightarrow 18 + x = 54 \quad \Rightarrow \quad x = \; 36$$

Portanto, os números procurados são 18 e 36.

b) Sabe-se que a soma de quantidade de Nitrogênio (N) e fósforo (P) que deve ser aplicada em uma mistura é 54 g. Qual deve ser a quantidade de N e de P, se a razão entre as quantidades individuais é de 1 para 2, respectivamente. Ou seja, para cada 1 g de N tem-se 2 g de P.

Solução:

Observe que o problema é igual à questão anterior, somente foi contextualizada para uma situação prática. A solução é a idêntica.

Considerando que a soma de N e P é 54 g, então *N* + *P* = *54*.

Como a razão entre eles é de 1:2, então $\frac{N}{P} = \frac{1}{2}$.

Aplicando a propriedade *iii)* apresentada no item 2.3.3, tem-se:

$$\frac{N}{P} = \frac{1}{2} \Longrightarrow \frac{N+P}{N} = \frac{1+2}{1}$$

Como *N* + *P* = *54*, então:

$$\frac{N+P}{N} = \frac{1+2}{1} \quad \Rightarrow \quad \frac{54}{N} = \frac{3}{1} \quad \Rightarrow \quad 3N = \ 54 \quad \Rightarrow N = 18$$

Para calcular o valor de *P* basta substituir o valor na equação *N* + *P* = *54*, ou seja:

$$N + P = \ 54 \quad \Rightarrow 18 + P = 54 \quad \Rightarrow \quad N = \ 36$$

Portanto, para cada 18 g de N da mistura em evidência, tem-se 36 g de P.

c) Considerando que a expressão $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ representa uma proporção e que $x + y = 72$, determinar os valores de *x* e *y*.

Solução:

Da proporção dada e, utilizando a propriedade *2.3.3, i)*, tem-se:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} \Longrightarrow \frac{x+y}{3+5} = \frac{x}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{x+y}{8} = \frac{x}{3} \quad \Rightarrow \frac{72}{8} = \frac{x}{3}$$

De acordo com a propriedade fundamental das proporções:

$$\frac{72}{8} = \frac{x}{3} \quad \Rightarrow \quad 8x = \ 72\,.3 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{73\,.\,3}{8} \quad \Rightarrow \quad x = 27$$

Daí, como $x + y = 72$ tem-se:

$$x + y = 72 \quad \Rightarrow \quad 27 + y = 72 \quad \Rightarrow \quad y = 45$$

Portanto, os valores de *x* e *y* são, respectivamente, 27 e 45.

d) Uma Cooperativa Agrícola possui 45 produtores em seu quadro de associados. A informação que se tem é que há uma relação de três produtores de soja para cada dois produtores de milho. Dessa forma, quantos são os produtores de soja e os produtores de milho associados dessa Cooperativa?

Solução:

Para facilitar o entendimento, usar-se-á S para produtores de soja e M para produtores de milho.

Sabe-se que são 45 associados, ou seja: $S + M = 45$.

Como a razão entre eles é de 3 produtores de soja para cada 2 produtores de milho, então

$\frac{S}{M} = \frac{3}{2}$.

Aplicando a propriedade *iii)* apresentada no item 2.3.3, tem-se:

$$\frac{S}{M} = \frac{3}{2} \Longrightarrow \frac{S+M}{S} = \frac{3+2}{3}$$

Como $S + M = 54$, então:

$$\frac{S+M}{S} = \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \frac{45}{S} = \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \quad 5S = 135 \quad \Rightarrow \quad S = 27$$

Daí, como $S + M = 45$ tem-se:

$$S + M = 45 \quad \Rightarrow \quad 27 + M = 45 \quad \Rightarrow \quad M = 18$$

Portanto, dos 45 associados dessa Cooperativa Agrícola, 27 são produtores de soja e 18 são produtores de milho.

2.3.4. Escala: uma aplicação importante das proporções

Como visto, são inúmeras as situações práticas em que os conceitos de razão e proporção são aplicáveis. Neste sentido, destacaremos aqui uma relação muito importante, sobretudo para as ciências agrárias: a escala.

A escala é a relação das partes de uma representação com o valor real. Há destaque para a escala cartográfica, que é a redução da paisagem real para sua representação em um mapa. Ela é necessária, pois a representação no mapa é feita de forma proporcional e não aleatória.

A escala pode ser indicada de duas maneiras: representação gráfica ou numérica.

A escala gráfica é comumente utilizada em mapas, indicando valores expressos no mapa equivalentes à paisagem real.

Aqui será dado destaque à escala numérica, que é estabelecida através de uma relação matemática, representada por uma razão.

A escala de um mapa (E) é a razão entre a distância no mapa (d) e a distância real (D). Isto é:

$$E = \frac{d}{D}$$

Exemplo 2.8:

a) Calcular a distância no mapa que representa uma distância de *15 km* entre dois pontos, cuja escala considerada é *1 : 300.000*.

Solução:

Neste caso, tem-se que:

$$D = 15\ km \qquad E = \frac{1}{300.000} \qquad d = ?$$

Daí:

$$\frac{1}{300.000} = \frac{d\ cm}{15\ km} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{300.000} = \frac{d\ cm}{1.500.000\ cm} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \frac{1.500.000\ cm}{300.000} \quad \Rightarrow \quad d = 5\ cm$$

Portanto, a distância no mapa é $d = 5\ cm$.

Observação: A conversão de unidades de medidas será vista com mais detalhes no Capítulo 4.

b) Calcular a distância real, que é representada por uma distância de *5 cm*, considerando-se uma escala de *1 : 300.000*.

Solução:

Neste caso, tem-se que:

$$D = ? \qquad\qquad E = \frac{1}{300.000} \qquad\qquad d = 5\ cm$$

Daí:

$$\frac{1}{300.000} = \frac{5\ cm}{D} \quad \Longrightarrow \quad D = \frac{5\ cm\ .\ 300.000}{1} \quad \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow D = 1.500.000\ cm \quad \Longrightarrow \quad D = 15\ km$$

Portanto, a distância real é de *15 km*.

Exercícios 2.1:

1) Escreva, na forma de fração irredutível e na forma decimal, a razão entre os números:

a) 1 e 5 b) 6 e 3 c) 100 e 80 d) 3 e 6

e) 15 e 10 f) 48 e 72 g) 5 e 20

2) Determinar a razão entre as medidas a seguir:

a) 5 cm e 20 cm b) 10 cm e 0,5 m c) 12 litros e 15 litros

d) 800 g e 2 kg e) 2040 m e 2 h f) 30 km e 3 litros

g) 120 mm e 4 dm h) 12 g e 4 cm^3 i) 5 gotas e 10 litros

3) Em um rebanho de 20 animais, constatou-se que 16 deles apresentam uma determinada patologia. Nessas condições:

a) qual é a razão entre o número de animais doentes e o total de animais?

b) qual a razão entre o número de animais sadios (sem a patologia) e o total de animais?

c) qual é a razão entre o número de animais sadios e o número de animais doentes?

4) A razão entre as idades de um filho e de se pai é de 2/5. Se o filho tem 24 anos, qual é a idade do pai?

5) Aplicando a propriedade fundamental, verifique quais dos seguintes pares de razões formam uma proporção.

a) 2/3 e 6/9   b) 13/16 e 4/6   c) 4/10 e 6/4   d) 2/13 e 10/65

e) 2/15 e 8/60   f) 12/72 e 1/6

6) Verifique se os números a seguir, na ordem em que aparecem, formam uma proporção.

a) 4, 6, 20 e 30   b) 1, 6, 3 e 12   c) 2, 5, 20 e 12

d) 10, 20, 31 e 81   e) 3, 11, 15 e 55   f) 1, 8, 5 e 120

7) Calcule o valor de *x* nas seguintes proporções:

a) *x*/3 = 8/12   b) 2/*x* = 14/21   c) 1/6 = 5/*x*   d) *x*/5 = (*x* – 3)/2

8) A diferença entre dois números é igual a 18 e primeiro e o segundo formam uma proporção com 25/19. Quais são esses números?

9) Determine os valores de *x, y,* e *z* em cada uma das seguintes proporções:

a) $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$, sabendo que $x + y = 90$

b) $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$, sabendo que $x - y = 12$

c) $\frac{x}{6} = \frac{y}{5}$, sabendo que $x - y = 15$

d) $\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{z}{2}$, sabendo que $x + y + z = 90$

10) A razão entre a massa de alumínio (Al) e de oxigênio (O) na substância óxido de alumínio é igual a $\frac{7}{8}$. Calcule a massa de alumínio e de oxigênio necessária para formar 51 g de óxido de alumínio.

11) Em um rebanho há 500 animais, dos quais 240 são machos. Nessas condições:

a) qual a razão do número de machos e o total de animais?

b) qual a razão entre o número de fêmeas e o número total de animais?

c) qual a razão entre o número de machos e de fêmeas?

d) qual a razão entre o número total de animais e o número de machos?

12) A razão entre a dosagem de nutriente para uma planta na fase de desenvolvimento e a fase adulta é 2/5. Se a planta na fase em desenvolvimento tem 24 dias, qual a idade da planta que já está na fase adulta?

13) A distância de uma fazenda experimental e a cidade é de 400 km, cujo trajeto pode ser feito em 5 horas. Qual a razão entre a distância e o tempo que se gasta para se deslocar até lá?

14) Escreva as razões a seguir na forma decimal.

a) 51/100	b) 11/20	c) 3/100	d) 12,7/100
e) 7/5	f) 45/1000	g) 23,01/10	h) 5,25/100

15) Determine os valores de x e y na proporção $x/y=3/4$, sabendo que $x + y=28$.

16) Determine os valores de x e y na proporção $x/y=25/19$, sabendo que $x - y = 18$.

17) Determine uma razão equivalente a *15/24*, cuja soma dos termos seja *78*.

18) A distância entre duas cidades é de 155 km. Qual é a distância, em centímetros, que deve ser representada em um mapa com escala de 1:460.000 e em outro mapa numa escala de 1:310.000.

19) Calcular a distância real entre dois pontos, separados por 6,5 cm, em um mapa cuja escala é 1:300.000.

20) Calcular a distância entre dois pontos situados a 30,6 km de distância um do outro, na escala de 1 : 300.000.

REGRA DE TRÊS E PORCENTAGEM

3.1. INTRODUÇÃO

A regra de três (simples ou composta) é um dos conceitos mais utilizados no contexto das ciências agrárias, dada a sua aplicabilidade nos cálculos para situações práticas que envolvem a proporcionalidade entre duas ou mais grandezas.

Por isso, será dado ênfase à aplicação contextualizada e seus procedimentos, sem esquecer da instrumentação matemática que o tema requer.

Antes, será realizada uma revisão sobre as grandezas proporcionais, que são elementos basais para a aplicação da regra de três.

3.2. GRANDEZAS PROPORCIONAIS

Sejam os valores referentes a uma primeira grandeza A $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_m)$ e os valores correspondentes de uma segunda grandeza B $(b_1, b_2, b_3, \ldots, b_m)$.

i) Diz-se que as grandezas A e B são **diretamente proporcionais** se:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \ldots = \frac{a_m}{b_m}$$

ii) Diz-se que as grandezas A e B são **inversamente proporcionais** se:

$$\frac{a_1}{\frac{1}{b_1}} = \frac{a_2}{\frac{1}{b_2}} = \frac{a_3}{\frac{1}{b_3}} = \ldots = \frac{a_m}{\frac{1}{b_m}}$$

Os resultados de desses quocientes são chamados de fator de proporcionalidade.

Na prática, para duas grandezas diretamente proporcionais, enquanto uma aumenta a outra também aumenta. Por sua vez, para duas grandezas inversamente proporcionais, enquanto uma aumenta a outra diminui e estão relacionadas de forma constante, ou seja, quando uma delas é multiplicada ou dividida por um determinado número, a outra grandeza também é multiplicada ou dividida pelo mesmo número, mantendo a proporção original.

Exemplo 3.1:

Se para irrigar uma área de 20 m^2 utiliza-se 30 litros de água, então, para irrigar uma área de 40 m^2, deve-se utilizar 60 litros de água.

Para facilitar, essa situação pode ser representada da seguinte forma:

Área a ser irrigada (m^2)	Quantidade de água (litros)
20	*30*
40	*60*

Observe que à medida que aumenta a área a ser irrigada aumenta-se, na mesma proporção, a quantidade água. Então, trata-se de uma relação entre duas **grandezas diretamente proporcionais**. Ou ainda, diz-se que as grandezas área a ser irrigada e quantidade de água são **grandezas diretamente proporcionais**.

Numericamente, a situação é representada por:

$$\frac{20}{30} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

Neste caso, o fator de proporcionalidade (ou constante de proporcionalidade) é $\frac{2}{3}$.

Exemplo 3.2:

Considerando que o veículo de uma transportadora percorre certa distância em 6 horas, a uma velocidade média de 40 km/h. Se a velocidade for aumentada, de modo que a velocidade média seja 80 km/h, o tempo necessário para percorrer a mesma distância seria reduzido para 3 horas.

Esquematicamente, a situação por ser representada assim:

Velocidade (*km/h*)	Tempo (horas)
40	*6*
80	*3*

Observe que à medida que aumenta a velocidade diminui-se o tempo gasto para o percurso. Então, trata-se de uma relação entre duas **grandezas inversamente proporcionais**, ou seja, diz-se que as grandezas velocidade e tempo gasto são **grandezas inversamente proporcionais**.

Numericamente, a situação é representada por:

$$\frac{40}{\frac{1}{6}} = \frac{80}{\frac{1}{3}} = 240$$

Neste caso, o fator de proporcionalidade (ou constante de proporcionalidade) é 240.

Exemplo 3.3:

Considerando que as sequências $(x, 8, 12)$ e $(40, y, 96)$ são diretamente proporcionais, calcule o valor de x e y.

Solução:

Visto que as sequências são diretamente proporcionais, então:

$$\frac{x}{40} = \frac{8}{y} = \frac{12}{96}$$

Daí:

$$\frac{x}{40} = \frac{12}{96} \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{40\,.\,12}{96} \quad \Rightarrow \quad x = 5$$

e

$$\frac{8}{y} = \frac{12}{96} \quad \Longrightarrow \quad y = \frac{8\,.\,96}{12} \quad \Rightarrow \quad y = 64$$

Portanto, $x = 5$ e $y = 64$.

Exemplo 3.4:

Calcular o valor de x e y, de modo que as sequências $(5, x, 3)$ e $(12, 15, y)$ sejam inversamente proporcionais.

Solução:

Como as sequências são inversamente proporcionais, então:

$$\frac{5}{\frac{1}{12}} = \frac{x}{\frac{1}{15}} = \frac{3}{\frac{1}{y}}$$

Daí:

$$\frac{5}{\frac{1}{12}} = \frac{x}{\frac{1}{15}} \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{12}\,.\,x = 5\,.\,\frac{1}{15} \quad \Longrightarrow \frac{x}{12} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \ x = 4$$

e

$$\frac{5}{\frac{1}{12}} = \frac{3}{\frac{1}{y}} \quad \Longrightarrow \ \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \ y = 20$$

Portanto, $x = 4$ e $y = 20$.

Exemplo 3.5:

Sabendo que a soma de três números é 180, divida-o em partes diretamente proporcionais a 3, 4 e 11.

Solução:

Esse um exercício clássico da divisão em partes diretamente proporcionais. Ou seja:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{y}{11}$$

Sabe-se que a soma dos três números é 180, isto é: $x + y + z = 180$.

Recorrendo à propriedade das proporções mostrada no item 2.3.3, i), tem-se:

$$\frac{x + y + z}{3 + 4 + 11} = \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{y}{11}$$

Assim:

$$\frac{x + y + z}{3 + 4 + 11} = \frac{x}{3} \quad \Rightarrow \ \frac{180}{18} = \frac{x}{3} \quad \Rightarrow \quad x = 30$$

$$\frac{x+y+z}{3+4+11}=\frac{y}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{180}{18}=\frac{y}{4} \quad \Rightarrow \quad y=40$$

$$\frac{x+y+z}{3+4+11}=\frac{z}{11} \quad \Rightarrow \quad \frac{180}{18}=\frac{z}{11} \quad \Rightarrow \quad x=110$$

Observe que, após a obtenção dos valores de x e y, o valor de z, poderia ter sido calculado de outra forma. Isto é:

$$x+y+z=180 \quad \Rightarrow \quad y=180-x-y \quad \Rightarrow \quad y=180-30-40 \quad \Rightarrow \quad y=110$$

Portanto, os três números diretamente proporcionais a 3, 4 e 11 cuja soma é 180 são, respectivamente, 30, 40 e 110.

3.3. REGRA DE TRÊS

A regra de três é um procedimento prático utilizado para a resolução de problemas envolvendo proporcionalidade entre grandezas. É uma técnica destinada ao cálculo de um valor desconhecido em uma proporção. Essa proporção pode ser direta, quando as grandezas aumentam ou diminuem juntas, ou inversa, quando uma grandeza aumenta enquanto a outra diminui.

Quando o problema envolve apenas duas grandezas recebe o nome de **Regra de três simples** e quando envolve três ou mais grandezas é chamada de **Regra de três composta**.

3.3.1. Regra de três simples

A regra de três simples, com dito, envolve apenas duas grandezas. Ela pode ser classificada em direta ou inversa, de acordo com a relação de proporcionalidade existente entre as grandezas envolvidas.

A seguir serão mostrados alguns exemplos de aplicação da regra de três simples.

Exemplo 3.6:

Um agricultor comprou *8 metros* de tela por *R$ 320,00*. Quanto deverá pagar se comprar *18 metros* do mesmo material?

Solução:

Neste problema há duas grandezas envolvidas: a quantidade de tela adquirida pelo agricultor e o valor a pagar, em reais.

Verifica-se que se a quantidade de metros de tela aumenta o valor a pagar também aumenta. Ou seja, as grandezas envolvidas são **diretamente proporcionais**.

Esquematicamente, a situação pode ser representada assim:

quantidade de tela (metros)	Valor a pagar (R$)
8	*320,00*
18	*x*

Daí, uma vez que são diretamente proporcionais, tem-se que:

$$\frac{8}{18} = \frac{320}{x}$$

Recorrendo à propriedade fundamental das proporções, obtém-se:

$$8x = 18\,.\,320 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{18\,.\,320}{8} \quad \Rightarrow \quad x = 720$$

Portanto, nestas condições, se o agricultor adquirir *18 metros* e tela deverá pagar o valor de *R$ 720,00*.

Exemplo 3.7:

Em uma formulação de complementação nutricional para forragem, sabe-se que a cada 100 kg da formulação, tem-se 4 kg de Nitrogênio (N). Assim, para 38,5 kg de N, quanto se tem da formulação?

Solução:

As grandezas envolvidas são: quantidade da formulação (kg) e quantidade de Nitrogênio (kg).

As grandezas envolvidas são **diretamente proporcionais**, pois à medida que aumenta a quantidade N, aumenta-se a quantidade da formulação.

Esquematicamente:

quantidade da formulação (kg)	quantidade de N (kg)
100	*4*
x	*38,5*

Daí, como são diretamente proporcionais, então:

$$\frac{100}{x} = \frac{4}{38,5}$$

Recorrendo à propriedade fundamental das proporções, obtém-se:

$$4x = 100\ .\ 38,5 \quad \Longrightarrow \quad x = 962,5\ kg$$

Portanto, nestas condições, para *4 kg* de N, tem-se *962,5 kg* da formulação de complementação nutricional para forragem.

Exemplo 3.8:

Sabe-se que veículo de entrega da produção de uma propriedade rural percorre *300 km* com *25 litros* de combustível. Se o proprietário pretende fazer uma viagem de *120 km*, quantos *litros* de combustível serão necessários, se ele utilizar o mesmo veículo?

Solução:

As grandezas envolvidas são: distância (km) e quantidade de combustível (litros).

As grandezas envolvidas são **diretamente proporcionais**, pois à medida que aumenta a distância a ser percorrida, aumenta-se a quantidade de combustível.

Esquematicamente:

distância (km)	quantidade de combustível (litros)
300	*25*
120	*x*

Daí, como são diretamente proporcionais, então:

$$\frac{300}{120} = \frac{25}{x}$$

Recorrendo à propriedade fundamental das proporções, obtém-se:

$$300x = 120\ .\ 25 \qquad \Longrightarrow \qquad x = 10$$

Portanto, nestas condições, percorrer *120 km* serão necessários *10 litros* de combustível.

Exemplo 3.9:

Uma equipe de 12 profissionais constrói um galpão em 42 dias. Se o proprietário da fazenda contratou 8 profissionais para construir um novo galpão com as mesmas medidas, em quantos dias ficará pronto?

Solução:

As grandezas envolvidas são: quantidade de profissionais e tempo, em dias.

Neste caso, as grandezas envolvidas são **inversamente proporcionais**, pois à medida que aumenta a quantidade de profissionais, diminui-se o tempo para a conclusão do galpão.

Esquematicamente:

profissionais	tempo (dias)
12	*42*
8	*x*

Observe que as setas estão invertidas.

Daí, como são inversamente proporcionais, observe que se deve inverter uma razão, de acordo com a proporcionalidade. A dica é não inverter onde está o valor que deseja calcular (ou seja, onde está o *x*). Dessa forma:

$$\overset{\text{invertido}}{\boxed{\frac{8}{12}}} = \frac{42}{x}$$

Recorrendo à propriedade fundamental das proporções, obtém-se:

$$8x = 12\ .\ 42 \qquad \Longrightarrow \qquad x = 63$$

Portanto, nestas condições, *8* profissionais levarão um tempo de *63 dias* para concluir o galpão.

Exemplo 3.10:

A fim de abastecer um tanque utilizado no sistema de irrigação de um viveiro, três torneiras, com vazões iguais e constantes, enchem totalmente o reservatório em *45 minutos*. Para acelerar o processo, o proprietário adicionou duas novas torneiras, iguais às primeiras. Assim, qual será o tempo reduzido para encher totalmente o reservatório?

Solução:

As grandezas envolvidas são: quantidade de torneiras e tempo (em minutos).

As grandezas envolvidas são **inversamente proporcionais**, pois à medida que aumenta a quantidade de torneiras, diminui-se o tempo para encher totalmente o reservatório.

Esquematicamente:

torneiras	tempo (minutos)
3	*45*
5	*x*

Observe que as setas estão invertidas.

Daí, como são inversamente proporcionais, observe que se deve inverter uma razão, de acordo com a proporcionalidade, seguindo a dica apresentada no exemplo anterior. Dessa forma:

invertido

$$\boxed{\frac{5}{3}} = \frac{45}{x}$$

Recorrendo à propriedade fundamental das proporções, obtém-se:

$$5x = 3\ .\ 45 \quad \Longrightarrow \quad x = 27$$

Conclui-se, portanto, que com as *5 torneiras* o tempo para encher totalmente o reservatório é de *27 minutos*, provocando uma redução de *18 minutos* no tempo inicialmente estabelecido ($45 - 27 = 18\,minutos$).

3.3.2. Regra de três composta

A regra de três é composta quando há três ou mais grandezas relacionadas entre si. Neste caso, utiliza-se o método semelhante ao que foi utilizado na resolução de problemas envolvendo a regra de três simples.

Exemplo 3.11:

Sabe-se *30* trabalhadores de uma fazenda produzem *1000 kg* de queijo, em *12* dias, com uma jornada diária de *8 horas*. Dessa forma, quantos dias serão necessários para que *48* trabalhadores, em uma jornada de *6 horas*, produzam *1200 kg* do mesmo queijo?

Solução:

Neste caso, são quatro grandezas envolvidas: número de trabalhadores, quantidade de queijo (kg), tempo (dias), jornada diária (horas).

Esquematicamente:

Trabalhadores (quantidade)	Produção (kg)	Tempo (dia)	Jornada (horas/dia)
30	*1000*	*12*	*8*
48	*1200*	*x*	*6*

As grandezas são relacionadas duas a duas e as setas indicam a relação de proporcionalidade (direta ou inversamente proporcional).

Comparando cada uma das grandezas com a que apresenta o termo desconhecido, tem-se:

- **Quantidade de trabalhadores e tempo** – são grandezas inversamente proporcionais, pois à medida que aumenta o número de trabalhadores, diminui-se a quantidade de dias. Assim:

Trabalhadores (quantidade)	Tempo (dia)
30	*12*
48	*x*

- **Produção e tempo** – são grandezas diretamente proporcionais, pois quando aumenta o tempo a produção também aumenta. Assim:

Produção (kg)	Tempo (dia)
1000	*12*
1200	*x*

- **Jornada diária e tempo** – são grandezas inversamente proporcionais, uma vez que aumentando a jornada diária de trabalho, diminui-se o tempo para realizar a mesma atividade. Assim:

Tempo (dia)	Jornada (horas/dia)
12	*8*
x	*6*

Daí, organizando a relação entre as grandezas envolvidas e suas respectivas proporcionalidades com aquela que possui o termo desconhecido (tempo, em dia), tem-se:

Trabalhadores (quantidade)	Produção (kg)	Tempo (dia)	Jornada (horas/dia)
30	*1000*	*12*	*8*
48	*1200*	*x*	*6*

Agora, basta organizar a proporção, invertendo de acordo com a indicação de proporcionalidade. Lembre-se da dica de não alterar a razão da grandeza de termo desconhecido.

Para facilitar, vamos escrever a razão da grandeza de termo desconhecido primeiro.

$$\frac{12}{x} = \frac{48}{30} \cdot \frac{1000}{1200} \cdot \frac{6}{8} \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{12\ .\ 30\ .\ 1200\ .\ 8}{48\ .\ 1000\ .\ 6} \quad \Rightarrow \quad x = 12$$

Portanto, nessas condições seriam necessários *12 dias* para a realização da atividade desejada.

Exemplo 3.12:

Em relação à alimentação de um rebanho bovino de uma determinada propriedade, sabe-se que no período de 8 dias, para alimentar 2 animais, são consumidos 2.420 kg de ração. Nesta conformidade, calcular a quantidade de razão necessária para alimentar 5 desses animais, considerando um período de 12 dias?

Solução:

Nesta situação, as grandezas envolvidas: número de animais, tempo (dia), quantidade de ração (kg).

Esquematicamente:

Número de animais	Tempo (dia)	Quantidade de ração (kg)
2	*8*	*2.420*
5	*12*	*x*

Comparando cada uma das grandezas com a que apresenta o termo desconhecido, tem-se:

- **Número de animais e quantidade de ração** – são grandezas diretamente proporcionais, pois à medida que aumenta o número de animais deve-se aumentar quantidade de ração para alimentá-los. Assim:

Número de animais	Quantidade de ração (kg)
2	*2.420*
5	*x*

- **Tempo e quantidade de ração** – são grandezas diretamente proporcionais, pois à medida que aumenta o tempo de consumo dos animais deve-se aumentar quantidade de ração. Assim:

Tempo (dia)	Quantidade de ração (kg)
8	*2.420*
12	*x*

Daí, organizando a relação entre as grandezas envolvidas e suas respectivas proporcionalidades com aquela que possui o termo desconhecido (quantidade de ração), tem-se:

Número de animais	Tempo (dia)	Quantidade de ração (kg)
2	*8*	*2.420*
5	*12*	*x*

Daí:

$$\frac{2.420}{x} = \frac{2}{5} \cdot \frac{8}{12} \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{2.420 \ . \ 5 \ . \ 12}{2 \ . \ 8} \quad \Rightarrow \quad x = 9.075$$

Portanto, para as condições apresentas no problema, seriam necessários *9.075 kg* de ração.

3.3.3. Porcentagem

O conceito de porcentagem é demasiadamente utilizando em múltiplos contextos.

A porcentagem é a comparação de duas razões em uma proporção direta, sendo que uma das razões tem o valor *100* como seu consequente. Dessa forma, fica fácil encontrar algum termo desconhecido nessa proporção.

Na prática, resolver problemas envolvendo porcentagem, é o mesmo procedimento de uma regra de três simples, tendo o valor *100* como um dos consequentes da proporção. Ou seja:

Valor da grandeza	Valor percentual
x	*z*
y	*100*

Assim:

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{100}$$

A porcentagem é representada por %.

Por exemplo:

i) $20\% = \frac{20}{100} = 0{,}20$

ii) $35\% = \frac{35}{100} = 0{,}35$

iii) $7{,}5\% = \frac{7{,}5}{100} = 0{,}075$

iv) $0{,}2\% = \frac{0{,}2}{100} = 0{,}002$

vi) $120\% = \frac{120}{100} = 1{,}20$

vii) $2\% = \frac{2}{100} = 0{,}02$

Exemplo 3.13:

Calcular 30% de 240.

Solução:

Valor da grandeza	Valor percentual
x	*30%*
240	*100%*

Daí:

$$\frac{x}{240} = \frac{30}{100} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{240\ .\ 30}{100} \quad \Rightarrow \quad x = 72$$

Uma dica importante para a resolução de problemas que envolvem porcentagem é considerar que o valor total (razão unitária) corresponde a *100%*.

Exemplo 3.14:

a) Calcular 28% de 168.

Solução:

Valor da grandeza	Valor percentual
168	*100%*
x	*28%*

Daí:

$$\frac{168}{x} = \frac{100}{28} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{168\ .\ 28}{100} \quad \Rightarrow \quad x = 168\ .\ 0{,}28 \quad \Rightarrow x = 47{,}04$$

b) O valor 35 corresponde a que porcentagem de 1.250?

Solução:

Valor da grandeza	Valor percentual
1.250	*100%*
35	*x*

Daí:

$$\frac{1.250}{35} = \frac{100}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{35\ .\ 100}{1.250} \quad \Rightarrow \quad x = 2{,}8\%$$

c) Se 48 corresponde a 32%, então, qual é o valor total?

Solução:

Valor da grandeza	Porcentagem
x	*100%*
48	*32%*

Daí:

$$\frac{x}{48} = \frac{100}{32} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{48\ .\ 100}{32} \quad \Rightarrow \quad x = 150$$

Exemplo 3.15:

O custo de produção de hortaliças sofreu uma variação e o preço da alface passou de *R$ 3,20* para *R$ 4,10*. Dessa forma, qual foi o percentual de acréscimo no preço da alface?

Solução:

Como o preço da alface passou de *R$ 3,20* para *R$ 4,10*, então sofreu um aumento de *R$ 0,90*, pois $R\$\ 4{,}10 - R\$\ 3{,}20 = R\$\ 0{,}90$.

Dessa forma:

Valor (R$)	Porcentagem (%)
3,20	*100%*
0,90	*x*

Daí:

$$\frac{3{,}20}{0{,}90} = \frac{100}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{0{,}90\ .\ 100}{3{,}20} \quad \Rightarrow \quad x = 28{,}125\%$$

Portanto, o preço da alface sofreu um acréscimo de *28,125%*.

Exemplo 3.16:

Em determinado ano, de um total de *4 milhões* de km^2 de floresta, foram desmatados *24 mil* km^2. Dessa forma, qual foi o percentual de área desmatada?

Solução:

Área	Porcentagem
4.000.000	*100%*
24.000	*x*

Daí:

$$\frac{4.000.000}{24.000} = \frac{100}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{24.000\ .\ 100}{4.000.000} \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}6\%$$

Portanto, segundo as condições postas, foram desmatados *0,6%* da área total.

Exemplo 3.17:

Na entressafra, o proprietário de uma fazenda teve que reduzir seu quadro de pessoal, passando de 126 empregados para 80. Dessa forma, qual foi o percentual de redução do quadro de pessoal da fazenda?

Solução:

Deve-se observar, primeiramente, que houve uma redução no quadro de funcionários, ou seja, $126 - 80 = 46$. A redução foi de 46 empregados. Daí:

n.º empregados	Porcentagem
126	*100%*
46	*x*

Daí:

$$\frac{126}{46} = \frac{100}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{46\ .\ 100}{126} \quad \Rightarrow \quad x = 36{,}51\%$$

Portanto, houve uma redução de *36,51%* no quadro de pessoal da fazenda.

A seguir é apresentada uma série de exemplos aplicados que envolvem regra de três e porcentagem, cujo objetivo é incentivar a prática, acreditando-se que ajuda na fixação dos procedimentos de resolução dos problemas.

Exemplo 3.18:

Um trator completa um percurso de 300 metros em 90 segundos. Quanto tempo levará para percorrer 800 metros?

Solução:

Trata-se de grandezas diretamente proporcionais, pois à medida que aumenta o tempo, aumenta-se a distância percorrida pelo trator.

Esquematicamente:

Distância (m)	Tempo (s)
300	*90*
800	*x*

Daí:

$$\frac{300}{800} = \frac{90}{x}$$

Recorrendo à propriedade fundamental das proporções, obtém-se:

$$300x = 800\ .\ 90 \quad \Longrightarrow \quad x = 240$$

Portanto, o trator deverá percorrer 800 metros em 240 segundos (4 minutos).

Exemplo 3.19:

No intuito de corrigir o solo de uma área produtiva, aplicou-se 300 g de calcário, que corresponde a 3/5 do valor recomendado pelo fabricante. Dessa forma, qual foi o déficit de aplicação do produto frente à recomendação?

Solução:

Trata-se de um problema clássico de regra de três simples e direta. Lembre-se que, em problemas que envolvem valores fracionários, o total corresponde a 1, que é a chamada razão unitária.

Esquematicamente:

quantidade de calcário (g)	Fração
300	*3/5*
x	*1*

Daí:

$$\frac{300}{x} = \frac{\frac{3}{5}}{1} \quad \Rightarrow \quad \frac{300}{x} = \frac{3}{5}$$

Recorrendo à propriedade fundamental das proporções, obtém-se:

$$3x = 300 \ . \ 5 \quad \Longrightarrow \quad x = \ 500$$

Assim, se o valor recomendando é *500 g* e foi aplicado somente *300 g*, então, o déficit é de *500 – 300 = 200 g* de calcário.

Exemplo 3.20:

Semanalmente (7 dias), sabe-que que 4 cães comem 120 kg de ração. Aumentado em 75% a quantidade cães, qual deverá ser o consumo mensal (considerando o mês de 30 dias)?

Solução:

Neste caso, usar-se-á dois procedimentos para chegar ao resultado esperado. Primeiramente, será utilizada a porcentagem para encontrar a quantidade de cães após o aumento previsto. Depois será usada uma regra de três composta, uma vez que temos uma relação entre três grandezas (quantidade de dias, quantidade de cães e consumo mensal).

1º passo: calcular a quantidade de cães após o aumento.

Número de animais	Porcentagem
4	*100%*
x	*75%*

Daí:

$$\frac{4}{x} = \frac{100}{75} \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

Portanto, houve um aumento de 3 cães. Daí, o total de cães a serem alimentados passa a ser *7,* isto é, *4* mencionados incialmente mais os *3* adicionados (75%).

2º passo: utilizar a regra de três composta para calcular o valor esperado referente ao consumo mensal de ração pelos animais.

Esquematicamente:

n.º de cães	n.º de dias	ração (kg)
4	*7*	*120*
7	*30*	*x*

Daí:

$$\frac{120}{x} = \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{30} \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{7\ .\ 30\ .\ 120}{4\ .\ 7} \quad \Rightarrow \quad x = 900$$

Portanto, nas condições apresentas, o consumo deve ser de *900 kg* de ração.

Exemplo 3.21:

Sabe-se que o fosfato monoamônico (MAP), é um fertilizante composto por 48% de fósforo (P_2O_5) e 11% de Nitrogênio (N). A partir dessas informações:

a) Quanto há de Nitrogênio (N) e de fósforo (P_2O_5) em 200 kg de fosfato monoamônico?

b) Calcule a quantidade de MAP que deve ser aplicada (por hectare) para uma cultura que necessita de 192 $kg.ha^{-1}$ de P_2O_2 e 44 $kg.ha^{-1}$ de N.

Solução:

Tanto no item a) quanto no item b) será utilizado o cálculo de porcentagem.

a) No total de 200 kg de fosfato monoamônico tem-se:

Para o Nitrogênio (N):

Fertilizante (kg)	Porcentagem
200	*100%*
x	*11%*

Daí:

$$\frac{200}{x} = \frac{100}{11} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{200\ .\ 11}{100} = 22$$

Portanto, em 200 kg do fertilizante tem-se 22 kg de N.

Para o fósforo (P_2O_5):

Fertilizante (kg)	Porcentagem
200	*100%*
x	*48%*

Daí:

$$\frac{200}{x} = \frac{100}{48} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{200\ .\ 48}{100} = 96$$

Portanto, em 200 kg do fertilizante tem-se 96 kg de P_2O_5.

b) Para calcular a quantidade de MAP que deve ser aplicada (por hectare), vamos destacar que a cultura necessita de 44 $kg.ha^{-1}$ de N. Daí:

Fertilizante ($kg.ha^{-1}$ de N)	Porcentagem
x	*100%*
44	*11%*

Daí:

$$\frac{x}{44} = \frac{100}{11} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{44\ .\ 100}{11} = 400$$

Portanto, seguindo a recomendação, deve-se aplicar 400 kg do fertilizante.

OBSERVAÇÃO:

Note que, se partir da necessidade de 192 $kg.ha^{-1}$ de P_2O_2 por hectare, conforme enunciado, dá o mesmo valor. Isto é:

Como a cultura necessita de 192 $kg.ha^{-1}$ de P_2O_2, tem-se:

Fertilizante ($kg.ha^{-1}$ de P_2O_2)	Porcentagem
x	*100%*
192	*48%*

Daí:

$$\frac{x}{192} = \frac{100}{48} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{192\ .\ 100}{48} = 400$$

Exemplo 3.22:

Segundo Clay et al. (2015), os fabricantes de fertilizantes comerciais devem apresentar no rótulo da embalagem a porcentagem mínima de nutrientes garantida no produto. Cada porcentagem representa a quantidade de nutriente (kg) presente em cada *100 kg* do produto comercial. Por exemplo, a composição do fosfato diamônico é 18-45-00, sendo que o primeiro número indica a porcentagem de N, o segundo a porcentagem de P_2O_5 e o terceiro representa a porcentagem de K_2O. A partir de tais informações, supondo que uma cultura necessita de 50 kg K_2O e que um saco de *20 kg* de fertilizante possui formulação é 4-14-8, quantos sacos de fertilizantes são necessários para tal cultura?

Solução:

De acordo com as orientações, o fertilizante recomendado possui *8%* de K_2O. Daí:

Como o saco do fertilizante recomendando tem *20 kg*, então:

Fertilizante (kg)	Porcentagem
20	*100%*
x	*8%*

Daí:

$$\frac{20}{x} = \frac{100}{8} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{20\ .\ 8}{100} = 1{,}6$$

Então, em cada saco de *20 kg* do fertilizante recomendado, tem-se *1,6 kg* de K_2O.

Agora, perceba que, segundo o enunciado, a cultura necessita de *50 kg* de K_2O, então, basta calcular, o valor total de sacas necessárias. Assim:

Quantidade de K_2O (kg)	Sacas de fertilizante
1,6	*1*
50	*x*

Daí:

$$\frac{1,6}{50} = \frac{1}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{50 \ . \ 1}{1,6} = 31,25$$

Portanto, são necessárias 32 sacas do fertilizante recomendando para a cultura.

Exemplo 3.23:

Quanto de MAP (11-48-00) deve ser aplicado para fornecer 80 kg.ha^{-1} de P_2O_5 a uma certa cultura?

Solução:

De acordo com as informações apresentadas no exemplo anterior, o objetivo calcular o valor total de fertilizante a ser aplicado. Daí:

Fertilizante (kg)	P_2O_5 (kg)
80	*48*
x	*100*

Daí:

$$\frac{80}{x} = \frac{48}{100} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{80 \ . \ 100}{48} = 166,7$$

Portanto, deve-se aplicar 166,7 kg de MAP para fornecer 80 kg.ha^{-1} de P_2O_5 para a cultura.

Exemplo 3.24:

Sabe-se que um pacote com 500 sementes tem massa de 60 g. Daí, qual a massa, em kg, correspondente a 12.000 sementes?

Solução:

O problema tem duas grandezas envolvidas: massa (g) e quantidade de sementes. Essas grandezas são diretamente proporcionais, uma vez que um aumento na quantidade de sementes provoca aumento na massa.

Esquematicamente:

sementes	Massa (g)
500	*60*
12.000	*x*

Daí:

$$\frac{500}{12.000} = \frac{60}{x}$$

Recorrendo à propriedade fundamental das proporções, obtém-se:

$$500x = 12.000\ .\ 60 \qquad \Longrightarrow \qquad x = \ 1.440$$

Portanto, tem-se que 12.000 sementes apresentam massa de 1.440 g (1,44 kg).

Exercícios 3.1:

1) A cada 100 kg de trigo, pode-se fabricar 65 kg de farinha. Quantos kg de trigo são necessários para produzir 162,5 kg de farinha?

2) Se 5 trabalhadores levam 120 dias para construir um galpão para armazenamento de grãos, em quantos dias 10 trabalhadores farão o mesmo serviço?

3) Com velocidade média de 18 km/h um ciclista pedalou por 1h 20min. A 15 km/h, em quanto tempo faria o mesmo percurso?

4) Com 1.000 kg de ração é possível alimentar 20 vacas durante 30 dias. Quantos kg de ração serão necessários para alimentar 30 vacas durante 60 dias?

5) Trabalhando 6 horas por dia, 10 trabalhadores conseguem limpar uma área para plantio de feijão em 20 dias. Em quantos dias 15 trabalhadores, trabalhando 8 horas por dia, conseguiriam limpar a referida área?

6) Três torneiras são capazes de encher um tanque em 10 horas. Em quantas horas 10 torneiras encheriam 2 tanques de mesmo volume?

7) Qual é a altura de um prédio cuja sombra tem 8 m, no mesmo instante em que uma casa de 3 m de altura projeta uma sombra de 0,8 m?

8) Um trabalhador pulverizou uma área de 1600 m^2, que corresponde a 12% da área total do terreno. Nessas condições, qual o valor da área total do terreno, em ha?

9) Sabe que 18 em cada 25 produtores rurais de determinada região recebem assistência técnica. Qual o percentual de produtores sem assistência técnica na referida região?

10) Três pessoas resolvem investir em uma propriedade rural, sendo que um deles investiu R$ 5.000,00, o outro investiu R$ 4.000,00 e outro investiu R$ 2.0000,00. Ao final de certo período, o lucro apurado foi de R$ 1.100,00. Assim, como deve ser repartido o lucro obtido entre os investidores?

11) Um litro de herbicida custava R$ 80,00 e seu preço foi reajustado em 5%. Se, ao novo preço, o comerciante lhe conceder um desconto de 5%, o produto lhe custará o mesmo valor, de R$ 80,00? Justifique.

12) Para transplante de mudas de determinada cultura aplicou-se 80 g de calcário por planta, a fim de corrigir a acidez do solo. Esse valor corresponde a 5/9 do valor recomendado. Assim, qual foi o déficit do valor recomendado pelo fabricante?

13) Para aplicação de determinado herbicida, recomenda-se a proporção de 1 litro do mesmo para cada 100 litros d'água. Supondo que vai utilizar um pulverizador com capacidade para 20 litros, qual a quantidade de herbicida a ser utilizada, em ml?

14) Deseja-se dividir um terreno em três partes: o primeiro terá 2/3 da área total mais 60 m^2; o segundo será de 90 m^2 mais 1/5 da área total; e o terceiro terá 330 m^2. Assim, qual a área total do referido terreno?

15) Considerando que as sementes de feijão têm massa de 50g por 100 sementes, e uma população de 250.000 plantas por hectare, calcule a quantidade de sementes necessária (em toneladas) para a semeadura em 25 hectares, sendo que as sementes têm um poder germinativo de 90%?

16) Quantos kg.ha^{-1} de calcário com PRNT (Poder Relativo de Neutralização Total) de 85% devem ser aplicados em um solo para o qual o laboratório de análises recomenda 2.500 kg.ha-1?

17) Um produtor pretende plantar 500 ha de milho. Sabe-se que serão utilizadas 65.000 plantas/ha. As sementes adquiridas pelo produtor estão em sacos de 20 kg cuja relação (massa/número de semente) corresponde ao estande desejado para um ha. Qual a quantidade de sacos que produtor deve comprar, com fator de segurança na semeadura de 10%, orientado por você Engenheiro Agrônomo responsável? Quanto isso representa em ton? Qual a quantidade esperada de plantas (represente em notação científica)?

18) A cultura de milho será implantada com espaçamento de 0,80 m entre sulcos de plantio e de 10 cm entre plantas dentro da linha de plantio. Qual a população máxima de plantas em 85 hectares plantadas?

19) Para o cultivo do milho, recomenda-se aplicar 20% do total de adubo nitrogenado na semeadura, 40% em cobertura aos 20 dias após semeadura e o restante aos 40 dias após semeadura. Se o total recomendado em função da produtividade esperada for 140 kg de N por hectare, quantos quilos de N devem ser aplicados (em um hectare de milho) em cada uma das etapas? Considerando como fonte de N o sulfato de amônia (20% N), aproximadamente, quanto deve ser aplicado de sulfato de amônia, em um hectare?

20) Sabe-se que 15% de uma plantação foi afetada por um agente fitopatológico e, dessas plantas, 8% morreram. Com isso, qual a taxa de mortalidade em relação à plantação inteira?

21) Se a superfície do globo terrestre consiste em água (71%) e terra (29%); se dois quintos do globo são desertos ou cobertos por gelo e, um terço é pastagem, floresta ou montanha; o restante é cultivado. Qual porcentagem da superfície total do globo terrestre é cultivada?

22) Algumas pessoas são capazes de sentir a feniltiocarbamida como substância amarga, outras acham-na sem sabor. A característica de sentir o gosto ou não é hereditária. Em uma amostra selecionada ao acaso, a proporção de sensíveis para não sensíveis foi de 1139:461. Calcular as porcentagens de cada grupo.

23) Um fazendeiro aumentou sua produção de trigo em 45% em determinado ano. Baseado no novo número, a próxima colheita foi 20% mais baixa. O resultado seria o mesmo se ele tivesse perdido 20% primeiro e depois tivesse obtido ganho de 45%? Justifique.

24) Quanto de MAP (11-48-00) deve ser aplicado para fornecer 45 $kg.ha^{-1}$ de P_2O_5 a uma certa cultura?

25) Quanto de P_2O_5 está contido em 225 kg de DAP (fosfato diamônico), cuja composição do fertilizante é 18-45-00?

UNIDADES DE MEDIDAS

4.1. INTRODUÇÃO

Medir é comparar grandezas de mesma natureza a partir do número de vezes que a unidade padrão está contida na grandeza a ser medida. O padrão de medida utilizado como comparação é denominado de unidade.

O quadro a seguir auxilia na compreensão sobre medir, considerando que a habilidade de quantificar grandezas é um dos pilares da ciência.

Quadro 1: Conceitos fundamentais.

Grandeza	É tudo aquilo que pode ser medido.
Medida	É a comparação de uma grandeza física com outra da mesma espécie.
Unidade	É o padrão utilizado para realizar as medidas.

De acordo com a natureza da grandeza medida, as unidades podem ser fundamentais (adotadas) ou derivadas que juntas formam o **Sistema de Unidades**.

Existem muitos sistemas de unidades. O sistema inglês, por exemplo, ainda é utilizado. O sistema mais adotado pela maioria dos países é o **Sistema Internacional de Unidades (SI)**, criado em 1960, na Conferência Geral sobre Pesos e Medidas. Esse sistema é adotado como padrão pelos cientistas e amplamente utilizado pelo comércio internacional. No Brasil, adota-se oficialmente o SI desde 1962 (GOMES FILHO, 2013).

O SI é baseado em 7 grandezas fundamentais básicas, com abreviaturas são expressas em letras minúsculas, com exceção das unidades derivadas de nomes próprios, que devem iniciar com letras maiúsculas.

O quadro a seguir apresenta as grandezas fundamentais do SI, com suas respectivas abreviaturas, conforme Baptista & Coelho (2010):

Quadro 2: Grandezas fundamentais (SI).

Grandeza fundamental	**Símbolo**	**Unidade**	**Abreviatura**
Comprimento	L	Metro	m
Massa	M	Quilograma	kg
Tempo	T	Segundo	s
Intensidade de corrente elétrica	I	Ampere	A
Temperatura	θ	Kelvin	K
Quantidade de matéria	η	Mole	mol
Intensidade luminosa	I	Candela	cd

Comumente são adotadas as grandezas fundamentais Massa (M), comprimento (L) e Tempo (T), formando o sistema MLT, que compreende o MKS (m, kg, s), além do CGS (g, cm, s).

Nas engenharias é muito comum se utilizar o sistema MKS técnico (representado por MKS*) em que a massa é dada em unidade técnica de massa (utm).

O quadro a seguir apresenta um resumo dos sistemas de unidades mencionados.

Quadro 3: Principais sistemas de Unidades.

	MLT		FLT
	↓	↓	↓
	CGS	MKS	MKS*
Comprimento	cm	m	m
Massa	g	kg	utm
Tempo	s	s	s
Força	dina	N	Kgf

No intuito evitar construção um texto muito extenso, abordaremos aqui as principais unidades e respectivos sistemas mais comumente aplicados às ciências agrárias.

4.2. UNIDADES DE COMPRIMENTO

De acordo com o Sistema Internacional a unidade de medida padronizada de comprimento é o metro (*m*). Existem outras medidas derivadas do metro.

A seguir, apresenta-se uma tabela com as principais unidades de medida de comprimento. Observe que cada unidade de comprimento corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente à direita.

Tabela 1: Unidades de medida de comprimento.

Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
$1m \,.\, 1000$	$1m \,.\, 100$	$1m \,.\, 10$	$1m$	$\frac{1}{10}m$	$\frac{1}{100}m$	$\frac{1}{1000}m$
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Exemplo 4.1: Transformar 12 *m* em *cm*.

Solução:

Existem várias formas de realizar a transformação. A seguir destacamos as mais utilizadas:

1) Considerando que o cm está a duas unidades à direita do metro, multiplica-se por 10 *x* 10, ou seja:

$$12\ m = 12\ *\ 10\ *\ 10 = 1.200\ cm$$

2) Utilizando os conceitos de regra de três simples. Esta é a forma mais coerente.

m	cm
1 m	*100 cm*
12 m	*x*

Daí, como são diretamente proporcionais, tem-se que:

$$\frac{1}{12} = \frac{100}{x} \quad \longrightarrow \quad x = 1.200\ cm$$

3) Uma forma muito interessante é usar a ideia da fração unitária (elemento neutro da multiplicação), mencionada no Capítulo 1 (Exemplo 1.2). Ela é bastante utilizada no âmbito das engenharias. Vejamos:

$$12\ m = 12\ m\ .\boxed{\frac{100\ cm}{1\ m}} = 1.200\ cm$$

observe que esta fração equivale a 1

Exemplo 4.2: Determine a soma de 0,018 km + 3421 dm + 540 cm, apresentando o resultado em metros.

Solução:

Vamos utilizar o terceiro modo apresentado no exercício anterior. Daí:

$$0{,}018\ km + 3421\ dm + 540\ cm = 0{,}018\ km\ .\ \frac{1000\ m}{1\ km} + 3421\ dm\ .\ \frac{1\ m}{10\ dm} +$$

$$+ 540\ cm\ .\ \frac{1\ m}{100\ cm} = 18\ m + 342{,}1\ m + 5{,}4\ m = 365{,}5\ m$$

OBS: Refaça o exercício, utilizando a regra de três simples.

Em países em que o Sistema Internacional não é o principal, como na Inglaterra e nos Estados Unidos, é comum a utilização de unidades como a polegada, pé, etc.

Até mesmo no Brasil algumas dessas unidades são utilizadas. Uma TV, por exemplo, é padronizada em polegadas. Vajamos algumas dessas unidades:

Tabela 2: Outras unidades de medida de comprimento.

$1\ polegada\ (1\ in) = 25{,}4\ mm = 2{,}54\ cm = 0{,}0254\ m$
$1\ pé\ (1\ ft) = 12\ in = 304{,}8\ mm = 30{,}48\ cm = 0{,}3048\ m$
$1\ jarda\ (yd) = 914{,}4\ mm = 91{,}44\ cm = 0{,}9144\ m$

Faça uma pesquisa sobre outras unidades de comprimento utilizadas no sistema inglês. Você vai achar interessante.

Exemplo 4.3: transformar 30,53 m em pé (*ft*). Em seguida, transformar em polegada (*in*).

Solução:

$$30{,}53\ m = 30{,}53\ m\ .\ \frac{1\ ft}{0{,}3048\ m} = 100{,}164\ ft$$

Daí:

$$30{,}53\ m = 100{,}164\ ft = 100{,}164\ ft\ .\frac{12\ in}{1\ ft} = 1.201{,}969\ in$$

4.3. UNIDADES DE MEDIDA DE MASSA

Massa é a grandeza relacionada à quantidade de matéria. Sua unidade padrão, no SI, é o quilograma (kg), porém, por conveniência, utiliza-se o grama (g).

Existem outras unidades derivadas do *g*, como é mostrado na tabela a seguir:

Tabela 3: Unidades de medida de massa.

Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
Quilograma	Hectograma	Decagrama	Grama	Decigrama	Centigrama	Miligrama
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Além disso, é muito comum utilizar outras unidades de medida de massa. Entre elas, destacam-se:

Tabela 4: Outras unidades de medida de massa.

$1\ tonelada\ (t) = 1.000\ kg$
$1\ arroba\ (@) = 14{,}688\ kg = 15\ kg$

Exemplo 4.4: Expressar 3.400 *g* em *kg*.

Solução:

$$3400\ g = 3400\ g\ .\ \frac{1\ kg}{1000\ g} = 3{,}4\ kg$$

4.4. UNIDADES DE MEDIDA DE TEMPO

No SI, a unidade padrão do tempo é o segundo (*s*). Existem várias unidades de medida de tempo, como os dias, anos etc., mas a utilização recorrente é em horas, minutos e segundos.

Tabela 5: Unidades de medida de tempo.

$1\ dia\ = 24\ horas$
$1\ hora = 60\ minutos$
$1\ minuto = 60\ segundos$

Dessa forma, tem-se que:

$$1\ dia = 24\ h = 1.440 \min = 86.400\ s$$

Conforme mencionado, as unidades de medida podem ser fundamentais ou derivadas. As unidades derivadas são obtidas pela multiplicação ou divisão das unidades de base. A área (m^2), o volume (m^3) são exemplos de unidades derivadas. Praticamente não há limites na manipulação das medidas de base para criar unidades derivas (CLAY et al., 2015).

4.5. UNIDADES DE MEDIDA DE ÁREA

No SI, a unidade padrão para medida de área é o metro quadrado (m^2).

Na tabela a seguir, exibe-se a unidade padrão de medida de área e seus submúltiplos.

Tabela 6: Unidades de medida de área.

Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$(1000\ m)^2$	$(100\ m)^2$	$(10\ m)^2$	$(1\ m)^2$	$\left(\frac{1}{10}\ m\right)^2$	$\left(\frac{1}{100}\ m\right)^2$	$\left(\frac{1}{1000}\ m\right)^2$
1.000.000 m^2	10.0000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

Existem outras unidades de área muito utilizadas, especialmente no contexto das Ciências Agrárias. Vamos expor algumas.

- O hectômetro quadrado é também chamado de hectare, isto é:

$$1\ ha = 10.000\ m^2$$

- Outra unidade de medida agrária muito utilizada é o alqueire. Entretanto, diferentemente das demais, o alqueire não é padronizado. No Brasil, difere de região para região. Alguns exemplos:

$$1\ alquerire\ paulista = 24.200\ m^2$$

$$1\ alquerire\ mineiro = 48.400\ m^2$$

$$1\ alquerire\ baiano = 96.800\ m^2$$

Exemplo 4.5: Transformar 5,3 metros quadrados em centímetros quadrados.

Solução:

Vamos apresentar duas formas de resolução, deixando o leitor à vontade para escolher a que tiver maior afinidade.

1) Utilizando os conceitos de regra de três simples.

m²	*cm²*
$(1\ m)^2$	$(100\ cm)^2$
$5{,}3\ m^2$	x

Daí, como são diretamente proporcionais, tem-se que:

$$\frac{1\ m^2}{5{,}3\ m^2} = \frac{10.000\ cm^2}{x} \quad \longrightarrow \quad x = \frac{5{,}3\ m^2\ .\ \ 10.000\ cm^2}{1\ m^2} \quad \rightarrow \quad x = 53.000\ cm^2$$

3) Utilizando a ideia da fração unitária (elemento neutro da multiplicação).

$$5{,}3\ m^2 = 5{,}3\ m^2\ .\underbrace{\boxed{\frac{(100\ cm)^2}{(1\ m)^2}}}_{\text{equivale a 1}} = 5{,}3\ m^2\ .\ \frac{10.0000\ cm^2}{1\ m^2} = 53.000\ cm^2$$

4.6. UNIDADES DE MEDIDA DE VOLUME

O volume é uma unidade referente ao espaço ocupado. Sua unidade padrão é o metro cúbico (m^3).

A tabela a seguir exibe a unidade padrão de medida de volume e seus submúltiplos.

Tabela 7: Unidades de medida de volume.

Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
$(1000\ m)^3$	$(100\ m)^3$	$(10\ m)^3$	$(1\ m)^3$	$\left(\frac{1}{10}\ m\right)^3$	$\left(\frac{1}{100}\ m\right)^3$	$\left(\frac{1}{1000}\ m\right)^3$
$(10^3\ m)^3$	$(10^2\ m)^3$	$(10^1\ m)^3$	$(10^0\ m)^3$	$(10^{-1}\ m$	$(10^{-2}\ m)^3$	$(10^{-3}\ m)^3$
$10^9\ m^3$	$10^6\ m^3$	$10^3\ m^3$	$1\ m^3$	$10^{-3}\ m^3$	$10^{-6}\ m^3$	$10^{-9}\ m^3$

Exemplo 4.6: Transformar 8,5 metros cúbicos em centímetros cúbicos.

1) Utilizando os conceitos de regra de três simples.

m^3	*cm^3*
$(1\ m)^3$	$(100\ cm)^3$
$8{,}5\ m^3$	x

Daí, como são diretamente proporcionais, tem-se que:

$$\frac{1\ m^3}{8{,}5\ m^3} = \frac{1.000.000\ cm^3}{x} \longrightarrow x = \frac{8{,}5\ m^3\ .\ \ 1.000.000\ cm^3}{1\ m^3} \rightarrow x = 8.500.000\ cm^3$$

3) Utilizando a ideia da fração unitária (elemento neutro da multiplicação).

$$8{,}5\ m^3 = 8{,}5\ m^3\ .\ \frac{(100\ cm)^3}{(1\ m)^3} = 8{,}5\ m^3\ .\ \frac{10^6\ cm^3}{1\ m^3} = 8{,}5\ .\ 10^6\ cm^2$$

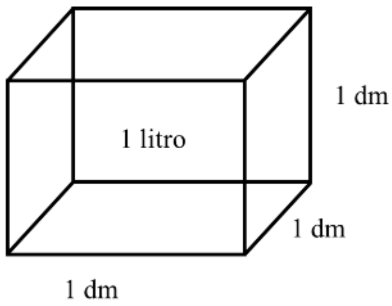
$$8{,}5\ m^3 = 8.500.000\ m^3$$

OBSERVAÇÃO:

Uma unidade de medida de volume muito utilizada, especialmente em atividades relacionadas a transações comerciais, é o litro (L). Apesar da resistência por parte de alguns países, como Estados Unidos e Inglaterra, o litro é corriqueiramente utilizado, até mesmo em atividades técnicas. Como não é uma unidade fundamental do SI (é uma unidade derivada), sua abreviatura por ser realizada por "l" ou "L".

1 litro corresponde a 1 dm^3.

Figura 1: Representação do dm^3



Assim, tem-se algumas relações importantes:

$$1\ L = 1\ dm^3$$

$$1\ m^3 = 1.000\ litros$$

$$1\ L = 1\ dm^3 = 1.000\ cm^3$$

Em relação ao litro, a tabela a seguir exibe seus múltiplos e submúltiplos.

Tabela 8: Múltiplos e submúltiplos do litro.

Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
Quilolitro	Hectolitro	Decalitro	Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro
kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
1000 l	100 l	10 l	1 l	0,1 l	0,01 l	0,001 l

Assim:

$1\,L = 1\,dm^3$

$1\,L = 1.000\,cm^3$

Verifique essas igualdades!

$1\,ml = 1\,cm^3$

$1\,cm^3 = 10^{-3}\,L$

OBSERVAÇÃO:

Ao escrever as unidades, há convenções que devem ser seguidas. Espaço ou ponto representa o produto entre unidades. Quando as unidades são divididas, pode-se representar por uma barra inclinada ("/") ou expoente negativo (CLAY et al., 2015). Vajamos alguns exemplos.

$$\frac{m}{s} = m/s = m.s^{-1}$$

$$\frac{kg}{A} = kg/A = kg.A^{-1}$$

A seguir serão apresentadas outras unidades de medidas rotineiramente utilizadas e que são importantes para estudos futuros, especialmente no contexto das ciências agrárias.

4.7. OUTRAS UNIDADES DE MEDIDAS

- **Força**

No sistema MKS (metro, quilograma, segundo), a força, por exemplo, é uma unidade derivada. A força é dada em Newton:

$$F = m\,.\,a$$

$$1\,N = 1\,kg.\;1\,m/s^2$$

No sistema MKS técnico (MKS*), a grandeza fundamental é o quilograma-força (*kgf*). Ou seja:

$$1\,kgf = \;1\,utm\,.\,1\,m/s^2$$

$$1\,kgf = \;9{,}81\,kg\,.\,1\,m/s^2$$

$$1\,kgf = \;9{,}81\,N$$

Dessa forma: $1\ utm = 9{,}81\ kg$

- **Pressão**

A pressão é a força a que um objeto está sujeito, dividida pela área da superfície sobre a qual a força está agindo.

$$P = \frac{F[N]}{A[m^2]} \quad \rightarrow \quad 1\ Pa = 1\ \frac{N}{m^2} = N.m^{-2}$$

Em relação à pressão, uma unidade muito utilizada é o atm (atmosfera), definido como o valor da pressão atmosférica ao nível do mar.

A pressão exercida por um fluido, como o ar atmosférico, pode ser calculada por meio da equação $P = d\,.\,g\,.\,h$, em que *d* represente a densidade (*kg/m*³), *g* representa a gravidade e *h* a altura. Sabe-se que *1 atm* equivale a pressão exercida por uma coluna de 760 mm de mercúrio a 0ºC. Daí:

$$P = 0{,}76\,m\,.\,13.595\frac{kg}{m^3}\,.\,9{,}80665\frac{m}{s^2}$$

$$P = 101.325\frac{N}{m^2} = 101.325\,Pa$$

Portanto, *1 atm* equivale a *101.325 Pa*.

A partir desse entendimento, pode-se determinar a altura de uma coluna de água a 4ºC, que exerce uma pressão de *1 atm*. Ou seja:

$$101.325\ \frac{N}{m^2} = h\,[m]\,.\,1.000\frac{kg}{m^3}\,.\,9{,}80665\frac{m}{s^2} \quad \rightarrow \quad h = 10{,}33\,m$$

Apesar de ser uma unidade pouco conhecida, o metro de coluna de água (mca) é muito utilizado, especialmente no âmbito das engenharias.

Outras unidades de medidas, além do Pascal, do atm e do mca, outras unidades são bastante utilizadas, como é o caso do $\frac{kgf}{cm^2}$.

$$\frac{kgf}{cm^2} = 98.066{,}5\,Pa = 0{,}968\,atm$$

- **Vazão**

Outra unidade de medida muito utilizado no âmbito das ciências agrárias é a vazão, que é o volume de líquido que passa em uma seção por uma unidade de tempo. O m^3/s é a unidade mais utilizada, mas para pequenos cursos d'água usa-se o L/s.

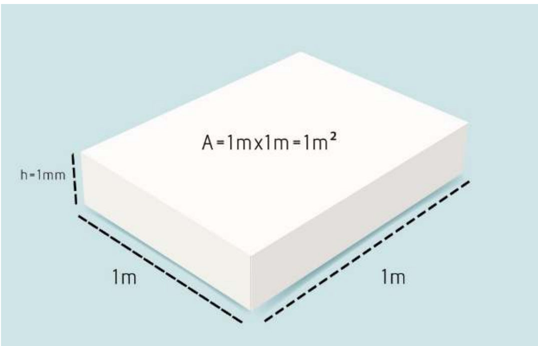
$$1\,\frac{m^3}{s} = 1\,\frac{m^3}{s}\,.\,\frac{3600\;s}{1\;h} = 3.600\;\frac{m^3}{h}$$

$$1\,\frac{m^3}{s} = \;1\,\frac{m^3}{s}\,.\frac{1000\;L}{1\;m^3} = 1000\,\frac{L}{s}$$

- **Medida de precipitação pluviométrica**

Uma unidade muito importante é a medida da precipitação pluviométrica (medição de chuva), cuja unidade padrão é 1 mm de chuva. Uma pluviosidade de 1 mm (altura da lâmina d'água) corresponde ao volume de 1 litro (1 L) de chuva que se acumula sobre uma superfície de 1 m^2.

$$1\;mm = \frac{1\;L}{1\;m^2} = \frac{1\;dm^3}{1\;m^2}$$



Exemplo 4.7: Uma bacia hidrográfica de 100 km^2 recebe 1.300 mm de chuva anualmente. Dessa forma, calcular o volume de anual de chuva (em m^3) que atingiu essa bacia hidrográfica.

Solução:

Como a unidade padrão de medida de chuva é dada em m^2, basta multiplicar o valor da precipitação pela área e obter o volume. Ou seja:

$$V = P\,.A = \frac{1300\ L}{m^2}\ .\ 100\ km^2\ .\ \left(\frac{10^3\ m}{1\ km}\right)^2$$

$$V = \frac{1300\ L}{m^2}\ .\ 100\ km^2\ .\ \frac{10^6\ m^2}{1\ km^2}$$

$$V = 1300\ .\ 10^2\ .\ 10^6\ L$$

$$V = 1300\ .\ 10^2\ .\ 10^6\ L\ .\frac{1\ m^3}{10^3\ L}$$

$$V = 1300\ .\ 10^5\ m^3$$

$$V = 130.000.000\ m^3$$

$$V = 1{,}3\ .\ 10^8\ m^3$$

Portanto, o volume de chuva foi de 130 milhões de metros cúbicos.

Exemplo 4.8: Transformar 5 kPa (Quilopascal) em mca (metro de coluna de água).

Solução:

$$5\ kPa = 5\ .\ 1000\ Pa = 5000\ Pa$$

Daí:

$$5\ kPa = 5000\ Pa\ .\ \frac{10{,}33\ mca}{101325\ Pa} = 0{,}51\ mca$$

Exemplo 4.9: Transformar o valor da vazão de 25 $L.s^{-1}$ para:

a) $\frac{dm^3}{s}$ b) $\frac{ft^3}{s}$

Solução:

a) Como 1 L = 1 dm^3, então:

$$25\frac{L}{s} = 25\frac{dm^3}{s}$$

$$b)\ 25\frac{L}{s} = 25\frac{dm^3}{s}\ .\ \left(\frac{1\ m}{10\ dm}\right)^3 = 25\frac{dm^3}{s}.\ \frac{1\ m^3}{1000\ dm^3} = \frac{25}{1000}.\ \frac{m^3}{s}$$

Agora fica mais fácil transformar para pé cúbico (*ft*³). Ou seja:

$$25\frac{L}{s} = \frac{25}{1000}.\ \frac{m^3}{s}\ .\ \left(\frac{1\,ft}{0{,}3048\,m}\right)^3 = \frac{25}{1000}.\ \frac{m^3}{s}\ .\ \frac{1\,ft^3}{0{,}0283\,m^3} = 0{,}8829\frac{ft^3}{s}$$

4.8. MÉTODOS E UNIDADES TRADICIONAIS DE MEDIDA

Os processos, técnicas e unidades de medidas disponíveis atualmente são bastante complexos e integrados com as necessidades da ciência e da tecnologia. O avanço científico permitiu, entre tantas vantagens, a padronização de um sistema de medidas eficiente (SILVA, 2016; SILVA; GONÇALVES, 2020).

Entretanto, os registros históricos proporcionam evidências que em seus primórdios o Homem efetuava medidas com diferentes técnicas e processos. Com técnicas baseadas na comparação com partes do próprio corpo, como pé, braço etc., os padrões variavam de acordo com as civilizações e atividades sociais (SILVA, 2016; VIZOLLI; MENDES, 2016).

Apesar os evidentes avanços, ainda há predominância de técnicas de medição tradicional, sobretudo no contexto regional e em especial no que tange a medidas agrárias, motivadas pelos conhecimentos provenientes de saberes culturais no decorrer da História (SILVA, 2016).

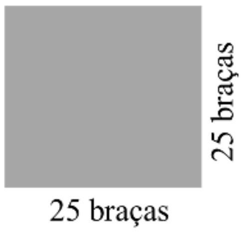
De acordo com Silva & Gonçalves (2020), o conhecimento de agricultores tradicionais tem sido um dos pontos de pesquisa da **Etnomatemática**, especialmente as práticas de medicação de terra conhecida como **cubagem ou cubação de terra**, sendo a unidade de medida denominada **tarefa**.

É importante destacar que a Etnomatemática pode ser compreendida como a técnica de explicar, conhecer, entender e lidar com conhecimentos diversos. Pode-se enxergá-la como a área que estuda a matemática praticada por grupos culturais que se identificam por tradições e objetivos comuns aos grupos (SILVA, 2016; SILVA; GONÇALVES, 2020).

- **Tarefa**

A tarefa é uma medida agrária utilizada por muitos agricultores em diversos estados brasileiros, principalmente em regiões interioranas. É uma forma de representar a área de uma propriedade usando uma unidade de medida não convencional (SILVA, 2016).

A **tarefa** é uma medida de área, referente ao um terreno equivalente a 25 braças de comprimento e 25 braças de largura, ou seja, 625 braças quadradas. Assim:



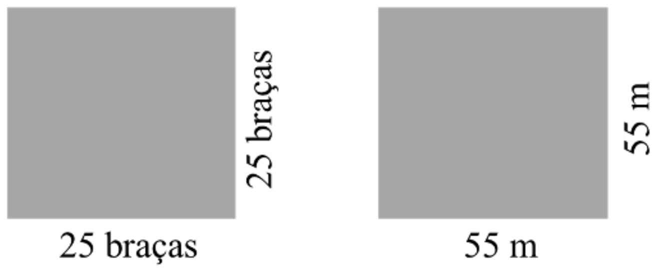
$$1\ tarefa = 25\ braças\ .\ 25\ braças$$

$$1\ tarefa = 625\ braças\ quadradas$$

No meio rural é muito comum se utilizar a **braça** como unidade de medida em razão da facilidade do manuseio com cordas. É uma medida linear e equivale a:

$$1\ braça = 2{,}2\ metros \qquad (medida\ linear)$$

Assim:



$$1\ tarefa = 25\ braças\ .\ \ 25\ braças$$

$$1\ tarefa = (25\ .\ 2{,}2\ m)\ .\ \ (25\ .\ 2{,}2\ m)$$

$$1\ tarefa = 55\ m\ \ .\ \ 55\ m$$

$$1\ tarefa = 3.025\ m^2$$

É importante destacar que a medida de uma tarefa pode variar de acordo com a região, tendo como referência o valor de 25 braças de comprimento por 25 braças de largura.

Exemplo 4.10:

Deseja-se medir um terreno em formato retangular. Utilizando-se cordas verificou-se 120 braças de comprimento e 100 braças de largura. Sabe-se que o valor cobrado por tarefa de terra na região em que a propriedade está localizada é R$ 2.500,00. Determine:

a) O valor corrente da propriedade;
b) O valor por ha da terra.
c) O valor por m^2 de terra.

Solução:

a) Para calcular o valor da propriedade, tem-se:

$$A = 120 \,.\, 100 = 12.000 \; braças \; quadradas$$

$$A = 12.000 \; braças \; quadradas \;\; . \;\; \frac{1 \; tarefa}{625 \; braças \; quadradas}$$

$$A = 19{,}2 \; tarefas$$

Daí:

$$\begin{array}{cc} 1 \; tarefa & R\$ \; 2.500{,}00 \\ 19{,}2 \; tarefdas & x \end{array}$$

Como são diretamente proporcionais, tem-se que:

$$\frac{1 \; tarefa}{19{,}2 \; tarefas} = \frac{R\$ \; 2.500{,}00}{x} \;\; \longrightarrow \;\; x = 48.000{,}00$$

Portanto, o valor da propriedade é de R$ 48.000,00.

b) o valor por hectare (ha)

$$\begin{array}{cc} 1 \; tarefa & 3.025 \; m^2 \\ 19{,}2 \; tarefdas & x \end{array}$$

Como são diretamente proporcionais, tem-se que:

$$\frac{1 \; tarefa}{19{,}2 \; tarefas} = \frac{3.025 \; m^2}{x} \;\; \longrightarrow \;\; x = 58.080 \; m^2$$

Daí:

$$58.080\ m^2\ .\ \frac{1\ ha}{10.000\ m^2} = 5,808\ ha$$

Assim:

$$5,808\ ha \qquad\qquad R\$\ 48.000,00$$

$$1\ ha \qquad\qquad x$$

Como são diretamente proporcionais:

$$\frac{5,808\ ha}{1\ ha} = \frac{R\$\ 48.000,00}{x} \quad \longrightarrow \quad x = R\$\ 8.264,46$$

Portanto, o terreno está avaliado em R$ 8.264,46 por hectare.

c) valor da terra por metro quadrado

Como o terreno está avaliado em R$ 8.264,46 por hectare, então:

$$10.000\ m^2 \qquad\qquad R\$\ 8.264,46$$

$$1\ m^2 \qquad\qquad x$$

Como são diretamente proporcionais:

$$\frac{10.000\ m^2}{1\ m^2} = \frac{R\$\ 8.264,46}{x} \quad \longrightarrow \quad x = R\$\ 0,83$$

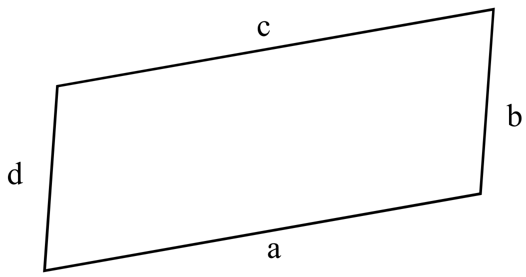
Portanto, cada metro quadrado está avaliado em R$ 0,83.

- **Cubagem ou cubação de terras**

De acordo com Silva (2016), cubagem ou cubaçãço de terras é calcular a área de um terreno ou propriedade rural. Trata-se de uma técnica que remonta ao Antigo Egito e, no Brasil, é utilizada pelos agricultores brasileiros desde o período colonial.

As técnicas tradicionais para cubação de terras ainda são usadas em algumas regiões do Brasil, especialmente em regiões interioranas ou por povos tradicionais. A técnica baseia-se, basicamente, em utilizar a braça (equivalente a 2,2 *m*) e adotar cordas ou outros materiais como pedaços de bambu, por exemplo. Dessa forma, remete à tarefa, que é uma unidade derivada da braça. Mede-se o terreno e depois calcula a área (SILVA, 2016; VIZOLLI; MENDES, 2016).

Para calculr a área, os egípcios usavam uma técnica bastante simples: dividiam o terreno a ser medida em áreas retangulares (ou aproximadamente retangulares) e calculavam a área de cada um deles a partir da multiplicação entre as médias dos lados opostos. Ou seja:



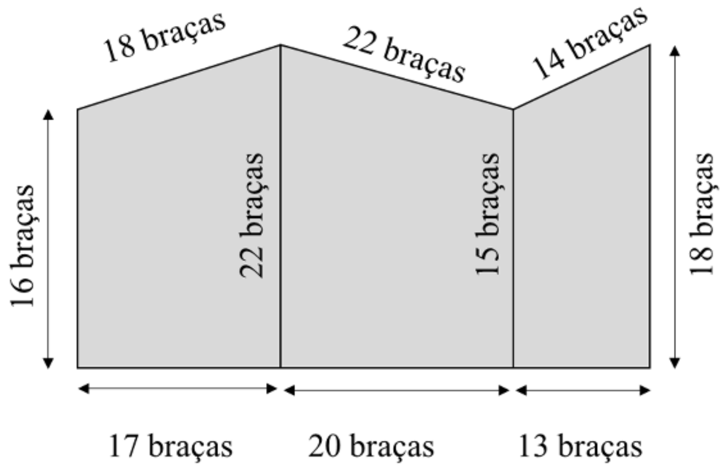
Dessa forma, a área do retângulo é dada por:

$$A = \left(\frac{a + c}{2}\right) . \left(\frac{b + d}{2}\right)$$

Embora seja uma técnica simples e milenar, ainda é utilizada por comunidades tradicionais e propriedades com acesso mais restrito às novas tecnologias. Além disso, a técnica ainda é utilizada mesmo com avanços significativos em relação às tecnicas matemáticas para o cálculo de área (soma de Riemann, por exemplo) bem como quanto às modernas ferramentas de geoprocessamento.

Exemplo 4.10:

Utilizando o método tradicional de cubaçãço de terras, calcular a área aproximada do terreno representado na figura a seguir e apresentar o resultado em metros quadrados:



Utilizando o método tradicional de cubação de terras:

$$A = \left(\frac{17+18}{2}\right).\left(\frac{16+22}{2}\right) + \left(\frac{20+22}{2}\right).\left(\frac{22+15}{2}\right) + \left(\frac{13+14}{2}\right).\left(\frac{15+18}{2}\right)$$

$$A = 943{,}75\ braças^2$$

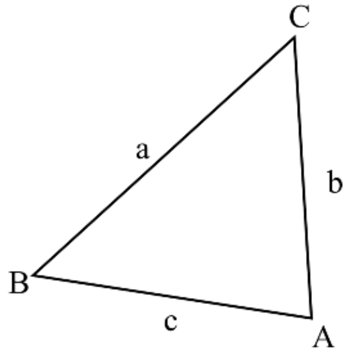
Daí:

$$A = 943{,}75\ braças^2 \cdot \frac{1\ tarefa}{625\ braças^2} \cdot \frac{3025\ m^2}{1\ tarefa}$$

$$A = 4.567{,}75\ m^2$$

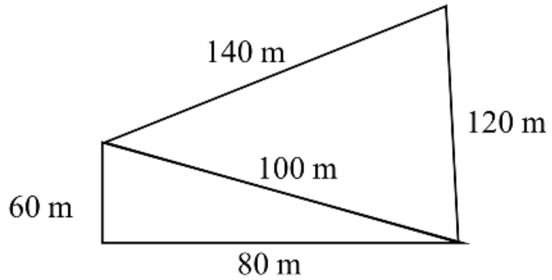
Observe que pelo método tradicional o cálculo da área perde precisão quando se tem um quadrilátero cujas áreas menores não formam um quadrilátero perfeito. Dessa forma, uma solução é usar a chamada **fórmula de Heron**, já que qualquer tipo de terreno pode ser decomposto em triângulos (SILVA, 2016).

Considerando um triâgulo *ABC*, com lados *a, b* e *c*, em que o semi perímetro é indicado por $p = \frac{a+b+c}{2}$, então a área do triângulo é dada por:



$$A = \sqrt{p\,(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Exemplo 4.11: Calcular a área representada na imagem a seguir usando a fórmula de Heron.



Para o primeiro triângulo:

$$p = \frac{60 + 80 + 100}{2} = 120$$

Daí:

$$A = \sqrt{120(120-60)(120-80)(120-100)} = 2.400\ m^2$$

Para o primeiro triângulo:

$$p = \frac{140 + 100 + 120}{2} = 180$$

Daí:

$$A = \sqrt{180(180-140)(180-100)(180-120)} = 5.878{,}8\ m^2$$

Portanto, a área total do terreno é $2.400\ m^2 + 5.878{,}8\ m^2 = 8.278{,}8\ m^2$

Exercícios 4.1:

1) Expresse:

a) 2,5 km em m b) 0,4 m em cm c) 520 m em km

d) 1,65 m em cm   e) 750 m em km   f) 45 mm em m

g) 8 cm em m   h) 0,362 hm em m   i) 63 mm em cm

j) 13,58 km em m   k) 85 cm em m   l) 2,9 hm em m

m) 0,225 km em m   n) 48600 m em km

2) Efetue as operações indicadas e apresente os resultados em metros:

a) 43 km + 600 m   b) 2,6 m – 50 cm

3) Faça a transformação de:

a) 600 hm^2 em km^2 b) 3,2 km^2 em m^2 c) 840000 m^2 em há

d) 3650 cm^2 em m^2 e) 0,036 ha em m^2 f) 0,003 mm^2 em m^2

g) 325600 m^2 em cm^2 h) 8510000 m^2 em km^2

4) Expresse os valores a seguir em litros:

a) 13 m^3 b) 1,5 km^3 c) 0,03 m^3

5) Expresse:

a) 73 m^3 em dm^3 b) 58000 cm^3 em dm^3 c) 3,8 cm^3 em mm^3

d) 1,83 m^3 em dm^3 e) 0,027 m^3 em cm^3 f) 175600 dm^3 em m^3

6) A leitura de um hidrômetro feita em 01/04/2002 assinalou 1936 m^3. Um mês depois a leitura do mesmo hidrômetro assinalou 2014 m^3. Qual foi o consumo de água nesse período em m^3? E em litros? Qual foi o consumo médio diário (em m^3 e em litros)?

7) Expresse em litros os seguintes valores:

a) 1,9 dm^3 b) 22 m^3 c) 560 m^3 d) 3000 cm^3

e) 220 cm^3 f) 1350 dm^3 g) 7,2 m^3 h) 980 m^3

8) O volume interno da carreta de um caminhão é de 60 m^3. Quantos litros de combustível essa carreta pode transportar estando totalmente cheia?

9) Quantas horas, minutos e segundos há em 17,52 h?

10) Subtraia 2h 15 min 32 s de 10h 7 min 20 s.

11) Realizar a transformação de unidades a seguir:

11.1) 10 m^2 para:

a) cm^2 b) ha c) cm^2 d) dm^2 e) ft^2 f) in^2

11.2) 30 mca para:

a) atm b) Pa c) Kpa

11.3) 9.810 N para:

a) kgf

11.4) 72 m/s para:

a) km/h b) mm/s c) ft/s d) km/s

11.5) 10 litros para:

a) km^3 b) cm^3 c) ft^3 d) in^3

11.6) 15 L/s para:

a) dm^3/s b) ft^3/s c) m^3/h d) L/h e) in^3/h

11.7) 50 segundos para:

a) dia b) ano c) hora d) minuto

12) Qual a pressão exercida por uma carga cujo peso é de 100 kgf, sobre uma superfície circular de 32 mm de diâmetro?

13) Determine a soma de 0,018 km + 3421 dm + 540 cm, apresentando o resultado em metros.

14) O perímetro de um triângulo é 0,097 m e dois de seus lados medem 0,21 dm e 42 mm. Determine a medida do terceiro lado, em centímetros.

15) Paulo comprou um sítio medindo 1,84 ha. Se cada metro quadrado custou R$ 9,00. Quanto Paulo pagou pelo sítio?

16) Resolva a expressão dando o resultado em metros cúbicos, 1425 dm^3 + 360 ft^3 +165000 cm^3.

17) Converter os seguintes valores:

a) 3,621 dm^3 para litro

b)16,4 m^3 para dm^3

c) 314 cm^3 para m^3

d) 0,01816 dm^3 para cm^3

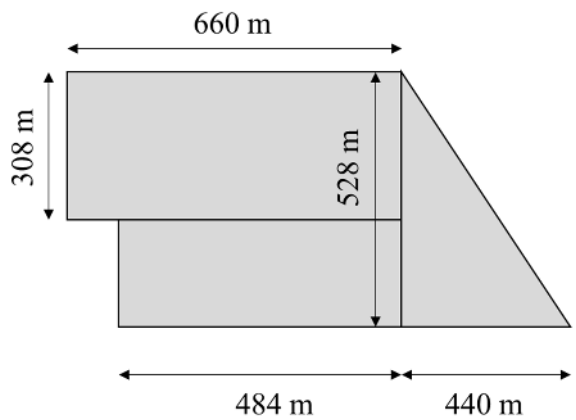
18) O volume de um recipiente é 6.500 cm^3. Determine sua capacidade em litros.

19) Ana e Aline, juntas, somam massa de 78 kg. Se a massa de Ana é 42.200 g, qual será a massa de Aline, em kg?

20) Uma bacia hidrográfica de 88,5 km^2 recebe 1.350 mm de chuva anualmente. Dessa forma, calcular o volume de anual de chuva (em m^3) que atingiu essa bacia hidrográfica.

21) Calcular o valor de uma propriedade rural cuja área é de 22,1 tarefas, sabendo que o valor do metro quadrado dessa propriedade está avaliado em R$ 1,25.

22) Uma propriedade rural dispõe de medidas representadas na figura a seguir. Desse modo, calcular a medida da área da propriedade, em tarefas.



Exercícios 4.2: Problemas envolvendo razão, proporção, regra de três e unidades de medidas

1) (a) Qual a área, em hectares, pode ser roçada em uma jornada de 8 horas se a roçadeira trabalha a 10 km/h, com largura de 6 m? (b) Considerando que a empresa

de locação da referida máquina cobra R$ 80,00 por hectare roçado, quanto foi pago nesse dia? (c) Em quantos dias, um campo de aproximadamente 100 ha seria roçado?

2) Quantos hectares serão pulverizados em 6 horas de trabalho se o pulverizador tem 30 m de largura e trabalha a 15 km/h?

3) Um campo será semeado a 5 km/h por uma semeadora de 12 linhas com 75 cm de distância entre linhas. O manejo será realizado por um cultivador com 12 m de largura trabalhando a 6 km/h. A colheita será feita por uma colhedora de 6 linhas de 75 cm entre elas, operando a 4 km/h. Considerando que não é necessário contabilizar o tempo necessário para manutenção, reabastecimento, carga e descarga, etc., determine:

a) o tempo total necessário para semear, cultivar e colher em uma área de 65 ha.

b) Qual o custo total esperado se os valores cobrados por hora trabalhada das máquinas são os seguintes: R$ 209,20 para a semeadora; R$ 259,50 para a máquina cultivadora; e R$ 266,80 para a máquina colhedora?

4) O fornecedor de uma fazenda entrega o fertilizante em embalagens com volume de 5 galões e "peso" de aproximadamente 65 libras. A recomendação do fornecedor é que a dosagem seja determinada em função da densidade do fertilizante. Considerando que 1 gal = 3,785 litros, determine a densidade do fertilizante, em $g.cm^{-3}$.

5) Quanto de nitrogênio (N) está contido em 200 kg de fosfato monoamônico (MAP) se a composição do fertilizante é 11-48-00?

6) Qual é o custo por kg de N se a ureia (46-00-00) é comercializada a R$ 1.200,00 por tonelada?

7) Se a massa de uma amostra de solo seca é de 43 g e seu volume é 32 cm^3, qual é a sua densidade, em $g.cm^{-3}$?

8) Calcular a vazão ($L.min^{-1}$) de um pulverizador no qual o bico pulverizador tem vazão de 0,6 L em 30 segundos. A barra do pulverizador possui 50 bicos.

9) Calcular a quantidade de hectares que podem ser pulverizadas em 1 min considerando-se que o pulverizador tem 50 bicos com espaçamento de 50 centímetros e a velocidade do trator é de 150 $m.min^{-1}$.

10) A recomendação para uma formulação líquida é de 2 $L.ha^{-1}$. Quantos litros de formulação serão necessários para um tanque de solução que será utilizado em 120 hectares?

11) Qual a quantidade de defensivo agrícola deve ser misturada a uma solução a ser pulverizada se a capacidade do tanque é de 2000 litros, a taxa de aplicação desejada é de 1,25 litros/ha e o pulverizador está calibrado para aplicar 200 litros/ha?

12) Um produto contém 0,5 kg de ingrediente ativo por litro (ia/L) e custa R$ 30,00 por litro. Se a dose de aplicação é de 2 kg de ia/ha, determine a quantidade do produto necessária por hectare e o custo do produto por hectare.

13) Qual é o número de sementes por kg se 500 sementes “pesam” 60 g?

14) Qual é o custo das sementes por hectare e a taxa de semeadura, em $kg.ha^{-1}$, se a população desejada é de 100 plantas/m^2, 1 kg de sementes contém 440.000 unidades, a semente apresenta 30% de germinação e seu custo é de R$ 10,00 por kg?

15) Qual é comprimento de linha necessário para produzir 0,0005 ha se o espaçamento entre linhas é de 50 cm?

16) Quantos m^3 de milho é possível armazenar em um silo de formato cilíndrico que tem diâmetro interno de 8 m e altura de 7 m?

17) Determine a população de plantas, em plantas/ha, considerando que foram contadas 30 plantas em uma linha de 7 m de comprimento. A distância entre as linhas é de 75 cm.

18) Prevendo a abastecimento de água na sede da fazenda, um produtor construiu uma cisterna em formato retangular (Figura a seguir), com as seguintes dimensões: 4,15 m de comprimento, 3,2 m de largura e 2,2 m de altura. A partir daí, qual é o volume, em litros, que se pode armazenar no reservatório?

Exercício 4.3: Problema complementar

Em uma determinada fazenda localizada no município de Cruzeiro do Sul, há rebanho constituído de 60 vacas ou novilhas no final da gestação. A água utilizada para abastecer tal rebanho é armazenada em 4 reservatórios circulares localizados em pontos estratégicos, cada um com as seguintes dimensões: 10 m de diâmetro e 70 cm de altura.

Figura 1: Giro do Boi.
Fonte: https://www.girodoboi.com.br/destaques/boiada-engorda-30-mais-quando-bebe-agua-na-pilheta-aponta-estudo/.

Considere as seguintes informações:

A água dos reservatórios em evidência é a única fonte de abastecimento do rebanho;

Considere os valores de precipitação provável para a região de Cruzeiro do Sul, estimada por Silva *et al.* (2020), ao nível de significância 10%, conforme anexo I. Para acesso ao trabalho completo, utilize o link: https://doi.org/10.4136/ambi-agua.2593;

Desconsidere as perdas por evaporação e outros (transbordamento, por exemplo). Para tal, estime uma perda mensal de 10%;

Considere o valor acumulado de um mês para o outro e, para simplificação, considere que no início do mês de maio todos os tanques estavam cheios, e também entrará no cômputo da perda estimada de 10%;

Considere que não houve alteração no quantitativo do rebanho;

Considere que os valores da Tabela 1 do Comunicado Técnico 102, da Embrapa, são também válidos para a região em estudo. Para mais informações, acesse o link a seguir: https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/handle/doc/971085.

De acordo Com Silva *et al.* (2020), o período compreendido dos meses de maio a setembro apresenta condições pluviométricas mais críticas. Com isso, o trabalho deve se concentrar nesse período, uma vez que no período chuvoso haverá água suficiente para atender a demanda.

1) A partir das informações fornecidas, construir uma tabela para estimar os valores mensais de água disponível e verificar a necessidade de buscar outras formas de complementação do abastecimento de água ao rebanho nesse período.
2) E se o produtor resolver aumentar o diâmetro para 10,8 m? estime se terá água suficiente para abastecer o rebanho no período de estiagem.

REFERÊNCIAS

BAPTISTA, M. B.; COELHO, M. L. P. **Fundamentos de Engenharia Hidráulica**. 3. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2010.

BATSCHELET, E. **Introdução à matemática para biocientistas**. Tradução: Vera Maria Abud Pacífico da Silva e Junia Maria Penteado de Araújo Quitete. Rio de Janeiro: Interciência; São Paulo: Ed. da USP, 1978.

CABRAL, L. C.; NUNES, M. C. **Matemática básica explicada passo a passo**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

CLAY, D. E.; CARLSON, C. G.; CLAY, S. A.; MURREL, T. S. **Matemática e cálculos para agrônomos e cientistas do solo**. Piracicaba: International Plant Nutrition Institute, 2015.

COLLISCHONN, W.; DORNELES, F. **Hidrologia para engenharia e ciências ambientais**. Porto Alegre: ABRH, 2021.

FREITAS, E. A. **Matemática: razões, proporções e grandezas proporcionais**. Disponível em: <http://redeetec.mec.gov.br/images/stories/pdf/eixo_amb_saude_seguranca/tec_seguranca/matematica/061112_mat_a01.pdf>. Acesso em: 26 de fevereiro de 2023.

FREITAS, E. A. **Matemática: regra de três**. Disponível em: <http://redeetec.mec.gov.br/images/stories/pdf/eixo_amb_saude_seguranca/tec_seguranca/matematica/061112_mat_a02.pdf>. Acesso em: 28 de fevereiro 2023.

GOMES FILHO, R. R. **Hidráulica aplicada às ciências agrárias**. Goiânia: Editora América/UEG, 2013.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade: 6º ano**. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade: 7º ano**. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

NETO, J. L. A. Bioada engorda 30% mais que bebe água na pilheta, aponta estudo. Disponível em: <https://www.girodoboi.com.br/destaques/boiada-engorda-30-mais-quando-bebe-agua-na-pilheta-aponta-estudo/>. Publicado em: 15 jan. 2021. Acesso em: 04 de maio de 2023.

PALHARES, J. C. P. **Consumo de água na produção animal**. São Carlos: Embrapa Pecuária Sudeste, 2013. (Embrapa Pecuária Sudeste. Comunicado Técnico, 102).

SILVA, J. E.; GONÇALVES, P. G. F. Práticas etnomatemáticas na medição de terras: um estudo sobre cálculo de áreas. **Revista REAMEC**, v. 8, n. 1, p. 391-402, 2020.

SILVA, J. R. N. **Etnomatemática: abordagem dos diversos tipos de unidades de medidas e sua utilização no sertão alagoano**. 2016. 101 f. Dissertação (Mestrado

Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Programa de Pós-graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Maceió, 2016.

SILVA, J. R. S.; TAVEIRA, M. K.; SERRANO, R. O. P.; MESQUITA, A. A.; MOREIRA, J. G. V. Probability of rainfall for the city of Cruzeiro do Sul, Acre, Brazil. **Revista Ambiente & Água**, v. 16, n. 1, e2593, 2020.

VIZOLLI, I.; MENDES, A. N. Braça, quadro e tarefa: um modo de efetuar medida de terras. **VIDYA**, 36, n. 1, p. 69-78, 2016.

APÊNDICE A – EXPRESSÕES NUMÉRICAS

As expressões numéricas se referem a um conjunto de duas ou mais operações, cuja ordem deve ser respeitada.

Para a resolução de uma expressão numérica, as operações devem obedecer a seguinte ordem:

1) Potenciação e radiação;
2) Multiplicação e divisão;
3) Soma e subtração.

É importante destacar que quando houver mais de uma operação com a mesma propriedade, deve-se iniciar a resolução seguindo a que aparece primeiro, da esquerda para a direita.

É possível que algumas operações sejam colocadas com maior prioridade do que outras, mesmo que na ordem dada anteriormente. Para isso, pode-se utilizar os parênteses (), colchetes [ ] ou chaves { }.

Quando aparecerem esses símbolos agrupadores, deve-se seguir a seguinte ordem:

1) As operações que estão dentro dos parênteses;
2) As operações que estão dentro dos colchetes;
3) As operações que estão dentro das chaves.

Para mais informações, acesse:

https://www.todamateria.com.br/expressoes-numericas/

https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-expressao-numerica.htm

Exemplos:

Resolver as seguintes expressões numéricas:

a) $12 + 2^3 : 2 - \sqrt{25} + 5$

$= 12 + 8 : 2 - 5 + 5$

$= 12 + 4 - 5 + 5$

$= 16$

b) $5\,.\,(64 - 12 : 4)$

$= 5\,.(64 - 3)$

$= 5\,.61$

$= 305$

c) $800 \; : \; \{20\,.\,[86 - 12\,.\,(5 + 2)\,]^2\,\}$

$= 800 \; : \; \{20\,.\,[86 - 12\,.\,7\,]^2\,\}$

$= 800 \; : \; \{20\,.\,[86 - 84\,]^2\,\}$

$= \; 800 \; : \; \{20\,.\,[2\,]^2\,\}$

$= \; 800 \; : \; \{20\,.\,4\,\}$

$= \; 800 \; : \; 80$

$= \; 10$

d) $-\{-5\,.[-12 + \;(-5 + 3)]\,\}$

$= -\{-5\,.[-12 + \;(-2)]\,\}$

$= -\{-5\,.[-12 - 2]\,\}$

$= -\{-5\,.[-14\,]\}$

$= -\{\,70\,\}$

$= -70$

ANEXO I – PRECIPITAÇÃO PLUVIOMÉTRICA MENSAL PROVÁVEL PARA A CIDADE DE CRUZEIRO DO SUL

Month	Probable pluviometric precipitation (mm)								
	5%	10%	25%	40%	50%	60%	75%	90%	95%
January	414,86	369,28	300,57	258,20	234,73	212,74	179,33	137,79	116,43
February	419,47	372,45	301,73	258,24	234,20	211,70	177,63	135,43	113,85
March	472,53	418,34	337,06	287,23	259,76	234,10	195,34	147,59	123,30
April	373,90	330,92	266,46	226,96	205,18	184,85	154,15	116,35	97,14
May	269,50	235,79	185,75	155,47	138,94	123,64	100,79	73,26	59,59
June	191,62	160,67	116,43	90,96	77,58	65,61	48,62	29,94	21,65
July	170,35	138,89	95,02	70,63	58,19	47,33	32,53	17,47	11,42
August	147,48	127,54	98,24	80,74	71,29	62,61	49,82	34,75	27,47
September	250,67	213,37	159,33	127,65	110,78	95,48	73,35	48,14	36,46
October	335,73	311,55	245,92	206,17	184,44	164,31	134,23	97,9	79,84
November	383,01	334,85	263,39	220,20	196,64	174,82	142,30	103,15	83,76
December	381,27	344,07	287,31	251,79	231,90	213,08	184,13	147,31	127,91

Fonte: Adaptado de Silva et al. (2020).

SUGESTÃO DE RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Capítulo 1

Exercícios 1.1

1. a) 19, b) 9, c) 9, d) 46, e) 51, f) 383, g) – 80, h) 100.

2. a) 1/6, b) 87/35, c) 46/35, d) 22/21, e) 87/175, f) -19/85, g) 194/483, h) 64/15, i) -5/3, j) -5/3, k) 94/35, l) 55/28, m) 28/5, n) 31.382/825, o) 6/7, p) 3/55, q) 3/5, r) 95/3, s) 517/315, t) 23/35, u) 3/2.

Exercícios 1.2

1. a) $2{,}376 \times 10^{-20}$ b) $1{,}232 \times 10^{32}$ c) $2{,}3233 \times 10^{-1}$

d) $8{,}7 \times 10^{-5}$ e) $2{,}37 \times 10^{-4}$ f) $3{,}5 \times 10^{-16}$

g) $1{,}25 \times 10^{-3}$ h) $4{,}5 \times 10^{-3}$ i) $4{,}38 \times 10^{16}$

j) $9{,}1 \times 10^{-20}$ k) $6{,}7 \times 10^{23}$ l) $1{,}82 \times 10^{-43}$

2. a) $2{,}0679 \times 10^{21}$ b) $6{,}8946 \times 10^{3}$ c) $4{,}8062 \times 10^{-22}$

d) $2{,}3584 \times 10^{6}$

Capítulo 2

Exercícios 2.1

1. a) $\frac{1}{5} = 0{,}2$ b) $\frac{6}{3} = 2$ c) $\frac{5}{4} = 1{,}25$ d) $\frac{1}{2} = 0{,}5$ e) $\frac{3}{2} = 1{,}5$

f) $\frac{2}{3} = 0{,}67$ g) $\frac{1}{4} = 0{,}25$

2. a) 1/4, b) 1/5, c) 4/5, d) 2/5, e) 0,28 m/s, f) 10 km/l, g) 3/10, h) 3 g/cm^3, i) 0,5 gota/l

3. a) 4/5, b) 1/5, c) 1/4

4. 60 anos

5. a) S, b) N, c) N, d) S, e) S, f) S

6. a) S, b) N, c) N, d) N, e) S, f) N

7. a) 2, b) 3, c) 30, d) 5

8. *x = 75*; *y = 57*

9. a) 30 e 60, b) 60 e 48, c) 90 e 75, d) 48, 30 e 12

10. 23, 8 (Al) 27,2 (O)

11. a) 12/25, b) 13/25, c) 12/13, d) 25/12

12. 60 dias

13. 80 km/h

14. a) 0,51, b) 0,55, c) 0,03, d) 0,127, e) 1,40, f) 0,045, g) 2,301, h) 0,0525

15. 12 e 16

16. 75 e 57

17. 30 e 48

18. 33,696 cm e 50 cm

19. 19,5 km   20) 10,2 cm

Capítulo 3

Exercícios 3.1

1. 250 kg

2. 60 dias

3. 1h 36 min

4. 3.000 kg

5. 10 dias

6. 6 horas

7. 30 m

8. 13.333,33 m^2

9. 28%

10. 500; 400; 200

11. R$ 79,80

12. 64 g

13. 200 ml

14. 3.600 m^2

15. 3,472 toneladas

16) 2.941,2 kg/ha

17. 11 ton e $3,575 \times 10^7$ plantas

18. $1,07 \times 10^7$ plantas

19. 700 kg

20. 1,2%

21. 26,67%

22. 28,81%

23. Sim. 1,16P

24. 93,75 kg

25. 101,25 kg

Capítulo 4

Exercícios 4.1

1. a) 250 m, b) 40 cm, c) 0,52 km, d) 165 cm, e) 0,75 km, f) 0,045 m, g) 0,08 m,

h) 36,2 m, i) 6,3 cm, j) 13.580 m, k) 0,85 m, l) 290 m, m) 225 m, n) 48,6 km

2. a) 43.600 m, b) 2,1 m

3. a) 6 km^2, b) $3,2 \times 10^6$ m^2, c) 84 há, d) 0,365 m^2, e) 360 m^2, f) 3×10^{-9} m^2, g) $3,25 \times 10^9$ cm^2, h) 8,51 km^2

4. a) 13.000 litros, b) $1,5 \times 10^{12}$ litros, c) 30 litros

5. a) $7,3 \times 10^4$ dm^3, b) 58 dm^3, c) 3.800 mm^3, d) 1.830 dm^3, e) $2,7 \times 10^4$ cm^3, f) 175,6 m^3

6. 78 m^3; 78.000 litros; 2,6 m^3/dia; 2.600 litros/dia

7. a) 1,9, b) 22.000, c) 5,6 x 10^5, d) 3, e) 0,22, f) 1.350, g) 7.200, h) 9,8 x 10^5

8. 6 x 10^4 litros

9. 17h 31min 12s

10. 7h 51min 48s

11.1. a) 10^5 cm^2, b) 10^{-3} ha, c) 10^5 cm^2, d) 10^3 dm^2, e) 107,64 ft^2, f) 15.500,03 in^2

11.2. a) 2,9 atm, b) 294.191,4 Pac) 294,194 kPa

11.3. a) 1.000,35 kgf

11.4. a) 259,2 km/h, b) 7,2 x 10^4 mm/s, c) 236,22 ft/s, d) 0,072 km/s

11.5. a) 10^{-11} km^3, b) 10^4 cm^3, c) 0,353 ft^3, d) 610,237 in^3

11.6. a) 15 dm^3/s, b) 0,5297 ft^3/s, c) 54 m^3/h, d) 5,4 x 10^4 litros/h, e) 3,296 x 10^6 in^3/h

11.7. a) 5,79 x 10^{-4} dia, b) 1,8585 x 10^{-6} dia, c) 0,01388 hora, d) 0,83 minuto

12. a) 1.219,048 Pa ou 1,219048 kPa

13. 365,5 m

14. 0,034 m

15. R$ 165.600,00

16. 11,784 m^3

17. a) 3,621 litros, b) 16.400 dm^3, c) 3,14 x 10^{-4} m^3, d) 18,16 cm^3

18. 6,5 dm^3

19. 35,8 kg

20. 119.475.000 m^3

21. R$ 83.565,63

22. 140,8 tarefas.

Exercícios 4.2:

1. a) 48 há, b) R$ 3.840,00, c) 2 dias

2. 270 ha

3. a) 59,5 horas, b) R$ 14.979,46

4. 1,559 $g.cm^{-3}$

5. 22 kg de N

6. R$ 2,61/kg de N

7. 1,34 $g.cm^{-3}$

8. 60 $L.min^{-1}$

9. 0,375 $h.min^{-1}$

10. 240 litros

11. 12,5 litros/tanque

12. 4 $L.ha^{-1}$ e R$ 120,00/ha

13. 8.333 sementes/kg

14. 7,575 $kg.ha^{-1}$ e R$ 75,75 por h

15. 10 m

16. 352 m^3

17. 57.143 plantas

18. 29.216 litros

AUTORES

José Genivaldo do Vale Moreira

Acreano do município de Tarauacá, licenciou-se em Matemática pela UFAC, em 2004, através do Programa Especial de Formação de Professores para a Educação Básica. Iniciou o Mestrado em Matemática no primeiro semestre de 2012, em MINTER entre UFAM e UFAC, entretanto, no segundo semestre do mesmo ano se desligou para ingressar no Doutorado, na forma de DINTER entre UFMG e UFAC. Concluiu Doutorado em 2016, no Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos da UFMG. Ingressou como docente efetivo da UFAC em 2009, no *Campus* Floresta, em Cruzeiro do Sul, onde atua com ensino, pesquisa e extensão.

Na graduação, trabalha regularmente com disciplinas que atendem aos cursos de Engenharia Agronômica, Engenharia Florestal e Ciências Biológicas. Na pós-graduação, atua no Programa de Pós-graduação em Ciência, Inovação e Tecnologia para a Amazônia, vinculado ao *Campus* Sede, além do Programa de Pós-graduação em Ciências Ambientais, do *Campus* Floresta. Já na extensão, atua comumente em cursos voltados ao uso de ferramentas de apoio a análise estatística. Atualmente ocupa o cargo de vice-diretor do CMULTI, *Campus* Floresta.

Rogério Lopes Craveiro

Acreano do município de Tarauacá, é licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Acre – UFAC (2004), através do Programa Especial de Formação de Professores para a Educação Básica. Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela UFAC (2016), na linha de pesquisa sobre tecnologias no ensino de matemática e estatística. Doutor em Educação pela Universidade Federal do Paraná – UFPR (2022), no Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE através do DINTER UFAC/UFPR, na linha de pesquisa sobre políticas educacionais. Ingressou como docente efetivo da UFAC em 2013, no *Campus* Floresta, em Cruzeiro do Sul, onde atua com ensino, pesquisa e extensão.

Na graduação, trabalha regularmente com disciplinas que atendem aos cursos de Engenharia Agronômica, Engenharia Florestal, Ciências Biológicas e Enfermagem. Atualmente é vice coordenador do Curso de Licenciatura em Ciências Biológicas do Campus Floresta em Cruzeiro do Sul – Acre.

Hugo Mota Ferreira Leite

Possui graduação em Agronomia pela Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR (2008). Mestre em Agronomia: Solos e Nutrição de Plantas pela Universidade Federal do Ceará - UFC (2011). Doutor em Agronomia - Agricultura pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Botucatu (2019). É Professor da Universidade Federal do Acre - UFAC, Campus Floresta, Centro Multidisciplinar, lecionando nos cursos de Agronomia e Engenharia Florestal. Atua principalmente nas áreas de Manejo do solo e água, Mecanização agrícola, Extensão rural e Sistemas de produção agrícola. Atualmente é Diretor do Centro Multidisciplinar da UFAC, Campus Floresta.

André Luiz Melhorança Filho

Formou-se em 2002 em Engenharia Agronômica pela Universidade Federal de Lavras (UFLA), trabalhou, no início da carreira como cooperado da Bayer AgroScience, concluiu o Mestrado em Agricultura (Fitotecnia), pela Universidade Estadual Paulista (UNESP) em 2005 e doutorado em Agricultura (Fitotecnia) pela mesma Universidade em 2008. Ingressou como docente efetivo da UFAC em 2008, trabalha regularmente com disciplinas de Estatística básica, Controle de Plantas Daninhas e Olericultura que atendem aos cursos de Engenharia Agronômica, e Ciências Biológicas. atualmente é coordenador do curso de Engenharia Agronômica da UFAC, *Campus* Floresta.

ÍNDICE REMISSIVO

C

Cálculos Agronômicos:

F

Fundamentos Matemáticos em Ciências Agrárias:

G

Grandezas Proporcionais:

M

Matemática Aplicada:

Matemática Básica:

Medidas Agrárias:

R

Razão e Proporção:

Regra de Três:

U

Unidades de Medidas:

ISBN: 978-65-86283-94-5

9 786586 283945

DOI: 10.35170/ss.ed.9786586283945