

## ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NA APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU NO 7º ANO

Gilberto Francisco Alves de Melo<sup>1</sup>

1. Universidade Federal do Acre (UFAC), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Matemática, Rio Branco, Acre, Brasil.

### RESUMO

O objetivo da pesquisa foi compreender como o uso da metodologia “Investigação Matemática” contribui para a aprendizagem de equação do primeiro grau por alunos(as) no 7º ano do Ensino Fundamental, em que buscamos responder à seguinte questão: Como a aplicação de atividades investigativas sobre equações do primeiro grau pode contribuir para a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental? A metodologia foi qualitativa, baseada no estudo de caso de uma turma do 7º ano, com 20 alunos, de uma escola do Ensino Fundamental II, no Município de Rio Branco – Acre - Brasil. A construção dos dados utilizou os instrumentos: questionários, entrevistas, diário de campo, produção escrita com as atividades investigativas e a gravação em áudio. Como referencial teórico nos estudos sobre o uso de Investigações Matemáticas como “atividades de ensino aprendizagem”, que propiciam o “espírito da atividade matemática genuína”. E nos estudos sobre Investigações Matemáticas no Ensino de Álgebra. Os resultados indicaram que o envolvimento dos(as) alunos(as) com as atividades propostas, indicaram que a metodologia “Investigação Matemática” contribuiu positivamente para a aprendizagem de conceitos de equação do primeiro grau, além de um envolvimento recíproco, proporcionando certa autonomia aos alunos(as). Além de favorecer a busca pelo conhecimento, apesar da incidência de erros relativos, sobretudo, em relação às operações aritméticas.

**Palavras-chave:** Investigação Matemática, Equação do 1º Grau e Aprendizagem de Álgebra Elementar.

### ABSTRACT

The objective of the research was to understand how the use of the mathematical investigation methodology contributes to the learning of the first degree equation by students in the 7<sup>th</sup> year of Elementary School? The methodology was qualitative based on the case study of a 7<sup>th</sup> grade class with 20 students from an elementary school in the city of Rio Branco-Acre- Brazil. The construction of the data used the instruments: questionnaires, interviews, field diary, written production with investigative activities and audio recording. As a theoretical reference in studies on the use of Mathematical Investigations as “teaching and learning activities”, which provide the “spirit of genuine mathematical activity”. And in the studies on Mathematical Investigations in the teaching of algebra. The results indicated that the students’ involvement with the proposed activities indicated that the mathematical investigation methodology contributed positively to the learning of first degree equation concepts, in

addition to a reciprocal involvement, providing students with some autonomy (at). In addition to favoring the search for knowledge, despite the incidence of relative errors, especially in relation to arithmetic operations.

**Keywords:** Mathematical Investigation, 1<sup>st</sup> degree equation and Learning Elementary Algebra.

## 1. INTRODUÇÃO

A Investigação Matemática segundo Ponte, Quaresma e Branco (1999) tem-se desenvolvido a partir de George Pólya (1962) para a metodologia de Resolução de Problemas. Para esses autores, conceitos como “generalizar a partir da observação de casos, argumentos indutivos, argumentos por analogia, reconhecer ou extrair um conceito matemático de uma situação concreta (PÓLYA, 2006)” são características básicas para resolver problemas.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) afirmam que uma investigação matemática, para além de uma relação histórica, “desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas”. Os autores afirmam que o “primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver”.

A investigação matemática no presente texto se articula com a aprendizagem de álgebra elementar. De fato, o ensino da álgebra elementar passa a ser ministrado no 7<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, sendo observado que há uma transição entre as operações puramente aritméticas para operações envolvendo números e letras. Ao sair de um campo de ensino mais concreto para um mais abstrato, os alunos sentem um profundo impacto. Nota-se a dificuldade em compreender a linguagem algébrica e, em particular, o conteúdo de equação do 1<sup>o</sup> grau.

Acentua-se ainda que o uso de atividades de investigação matemática no desenvolvimento de conceitos é defendido por Ponte (2005). O autor referencia que como ele tem defendido, a importância da realização de investigações matemáticas pelos alunos: Mason, Ernest, Godenberg. Ponte (2005), destaca que “o envolvimento ativo do estudante é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações”.

Relativamente na resolução de equações, as dificuldades “surgem devido aos erros que cometem no trabalho com expressões algébricas, por não compreenderem o significado

destas expressões ou as condições da sua equivalência (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009)”.

Neste capítulo, abordaremos na 1ª seção, atividades investigativas como estratégias de ensino e aprendizagem da Álgebra Elementar. Na 2ª seção discutimos a metodologia. Na 3ª a análise realizada e, ao final, tecemos considerações.

## 1.1. ATIVIDADES INVESTIGATIVAS COMO ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA ELEMENTAR

Em geral, o ensino da matemática presta pouca atenção aos aspectos mais avançados da atividade matemática tais como a formulação e resolução de problemas, e teste de conjecturas, a realização de investigação e de demonstração matemática, e a argumentação e crítica dos resultados obtidos. Embora esses temas sejam fundamentais e atuais na Educação Matemática e estejam gravados em muitos documentos curriculares, eles ainda têm pouquíssima expressão na prática na sala de aula.

Os autores mostram-nos que: O conceito de Investigação Matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa [...] (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013). Um processo de investigação, semelhante ao dos matemáticos profissionais, pode ser vivido pelos alunos com tarefas de natureza investigativa e exploratória. Em contato com tarefas de características idênticas às dos matemáticos profissionais, os alunos aprendem a fazer matemática (SANTOS et al., 2002).

Os alunos, perante o processo vivido pelos matemáticos profissionais, que é multidimensional e tem na sua vertente inferencial uma das características dominantes da atividade de investigação (OLIVEIRA, 2002), têm oportunidade de, “pelo menos durante parte da sua aprendizagem, criar a sua própria matemática” (HATCH, 1995). Assim, o argumento é que os alunos vivem os processos característicos da investigação feita pelos matemáticos profissionais na realização de atividades de investigação na sala de aula. O que também significa dizer que o aluno aprende como investigador. Aliado a esse processo enfatizamos os conhecimentos prévios dos alunos, os quais poderão colaborar para uma aprendizagem significativa.

A atividade investigativa, de acordo com os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), é realizada na sala de aula e acontece em três fases.

Na primeira fase das atividades investigativas que também é conhecida como o arranque da aula, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), discorrem que, para que os alunos consigam realmente investigar, é necessário que eles entendam o que se espera com essa atividade, o professor deve explicar o papel que eles devem desempenhar, dizer a eles que deverão apresentar aquilo que foi pensado aos seus colegas e saber que eles podem contar com o apoio do professor.

Já na segunda fase, conhecida como desenvolvimento do trabalho, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) ponderam que após os alunos terem compreendido o que está sendo pedido com essas atividades, cabe ao professor observar os alunos e prestar apoio se necessário. Na terceira e última fase em que os alunos expõem suas descobertas à turma, “o professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006)”.

Os autores também delimitam uma Investigação Matemática em quatro momentos principais. O primeiro envolve o reconhecimento da situação apresentada, a sua exploração inicial e a formulação de questões, as quais servem de base para o segundo momento, o qual se refere à formulação de conjecturas sobre o problema em estudo. Conjecturas são hipóteses e pressupostos que, no terceiro momento, precisam ser testados e refinados, procurando aperfeiçoá-las. Por fim, tem-se a argumentação, a demonstração e a avaliação do trabalho realizado. Esses momentos surgem, muitas vezes, em simultâneo: a formulação das questões e a conjectura inicial, ou a conjectura e o seu teste.

A exploração da tarefa, como profere Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), leva tempo e é uma etapa decisiva para a formulação das conjecturas, sendo que o “trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa”.

As conjecturas surgem de diferentes formas, podendo ser por observação ou manipulação dos dados, sendo que o aluno tende a não verbalizar a formulação das conjecturas. Os autores pontuam as conjecturas de forma que: É somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitarem as suas ideias e estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto às suas realizações (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009).

Os autores expressam ainda que o registro escrito do aluno torna-se um desafio porque “exige um tipo de representação que nunca utilizaram” (*Ibidem*, p.35). Apesar disso, ele desempenha um papel fundamental, pois a escrita “ajuda os alunos a clarificarem as suas

ideias, nomeadamente a explicitar as suas conjecturas (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009)”.

Há diversas possibilidades de se propor uma investigação. A tarefa pode ser formulada pelo professor e proposta aos alunos ou pode ser de iniciativa dos próprios alunos. Para Ponte (2010), até um projeto pode ser denominado como atividade de investigação e o tempo de duração é variável conforme o desenvolvimento das tarefas por parte dos alunos ou do próprio planejamento do professor. O autor relata também que a duração de algumas investigações demora um tempo relativamente curto, podendo realizar-se em uma aula apenas ou numa curta sequência de aulas e, em outras, podem durar anos para ser concluídas.

Dessa forma, a inserção de atividades investigativas em sala de aula envolve uma participação efetiva do professor na elaboração de atividades que despertem o interesse dos estudantes levando-os ao envolvimento e que, ao mesmo tempo, envolvam conceitos com os quais deseja trabalhar, exige que o professor esteja preparado para compreender e respeitar as estratégias apresentadas pelos alunos bem como a auxiliá-los na busca de estratégias e reflexão sobre os resultados encontrados.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), no acompanhamento que o professor faz dos trabalhos dos alunos, ele deve procurar atingir um equilíbrio entre dois pólos. Por um lado, dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina de Matemática.

Desse modo, o professor é chamado a desempenhar um conjunto de papéis bem diversos durante uma investigação: desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles. Para Lamonato (2007), “[...] o professor em uma aula investigativa assume diversos papéis: desafiar os alunos, avaliar o progresso deles, raciocinar matematicamente, apoiar seu trabalho dos alunos e promover reflexões, fornecer e recordar informações”.

Dentre diversos papéis do professor no decorrer de uma investigação, o professor precisa primeiramente desafiar os alunos para que eles se sintam motivados para assim resolverem as atividades, escolhendo “[...] questões ou situações iniciais que, potencialmente, constituam um verdadeiro desafio para os alunos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006)”.

Em segundo lugar o professor precisa recolher informações sobre o modo como se vai desenrolando o trabalho dos alunos, desde o primeiro momento da investigação. Os

professores precisam observar se os alunos compreenderam a tarefa e como foi a reação deles e se realmente esta tarefa é um desafio para os alunos, neste momento em que o professor observa os grupos “[...] um dos seus objetivos é recolher informações sobre o desenrolar da investigação. Antes de mais nada procura compreender o pensamento dos alunos, fazendo perguntas e pedindo explicações (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006)”.

Os autores afirmam que numa aula em que os alunos realizam investigações matemáticas, é muito provável, e desejável, que o professor raciocine matematicamente e de maneira autêntica. Raciocinar matematicamente é o terceiro papel do professor numa aula de investigação. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), a realização de investigações matemáticas proporciona, muitas vezes, o estabelecimento de conexões com outros conceitos matemáticos e até mesmo extramatemáticos.

O professor precisa estar atento a tais oportunidades e, mesmo que não seja possível explorar de fato essas conexões, deve estimular os alunos a refletir sobre elas. Essa é mais uma das situações em que o professor dá evidência do que significa raciocinar matematicamente.

Por fim, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) afirmam que o professor empregando uma postura investigativa em sala de aula ajuda “os alunos a compreenderem que o papel principal do professor é o de apoiar o seu trabalho e não simplesmente validá-lo”.

## 2. MATERIAIS E MÉTODO

A pesquisa é de abordagem qualitativa, do tipo estudo de caso, tendo como local da pesquisa, uma escola de Ensino Fundamental I no município de Rio Branco – AC. Pretende-se analisar se o uso da Investigação Matemática auxilia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos básicos de Álgebra Elementar (equação do 1º grau) em uma turma de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Foi realizada com 20 alunos de uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual na cidade de Rio Branco. A turma é composta por 12 adolescentes do sexo feminino e 08 adolescentes do sexo masculino com uma idade média de 12 anos.

O primeiro instrumento utilizado para a realização desta pesquisa foi um questionário, o qual utilizamos para caracterização da turma, segundo Richardson (2012): “Existem vários



instrumentos de coleta de dados que podem ser utilizados para obter informações acerca de grupos sociais. O mais comum entre esses instrumentos talvez seja o questionário”.

Elaboramos um primeiro questionário com perguntas voltadas para conhecer os estudantes e seus modos de pensar em relação à Matemática e assim poder caracterizar a turma escolhida. Por mais que a turma na qual a pesquisa foi realizada seja uma das turmas para a qual o pesquisador leciona, nem sempre se conhece o suficiente, os alunos e suas formas de pensar para poder caracterizá-los com eficiência. Utilizando um segundo instrumento para coleta de dados nesta pesquisa, fizemos o uso da entrevista, em que buscamos identificar nas falas dos sujeitos aspectos que podem não ter aparecido em suas escritas, mas, que podem ser evidenciados no momento de seus discursos.

O próximo instrumento que utilizamos foi o diário de campo. Em relação ao diário de campo, estamos de acordo com Minayo (2011), quando afirma que esse é o principal instrumento de trabalho da observação, conforme a seguir: “Que nada mais é que um caderninho, uma caderneta, ou um arquivo eletrônico no qual escrevemos todas as informações que não fazem parte do material formal [...]. As informações escritas no diário de campo devem ser utilizadas pelo pesquisador quando vai fazer análise qualitativa (MINAYO, 2011)”.

Desse modo, para os registros foi utilizado um caderno de anotações, que serviu para os apontamentos de todos os acontecimentos ocorridos durante a aplicação das atividades propostas, além da gravação das atividades desenvolvidas em sala de aula.

Além dos instrumentos já mencionados e utilizados durante a realização dessa pesquisa, outros que consideramos importantes para a análise de dados também foram as gravações em áudio feitas dos diálogos entre os discentes, uma vez que no momento de realização das atividades investigativas, a espontaneidade dos estudantes é um fator que também deve ser levado em consideração na hora de analisar se a proposta de atividade de fato é válida.

Por fim, também analisamos as Atividades Investigativas realizadas pelos estudantes após os encontros e o cumprimento de efetivação das mesmas. É na realização de atividades investigativas que se pôde analisar o desenvolvimento das questões pelos estudantes e, assim, poderemos averiguar se, de fato, eles compreenderam o que era proposto por meio daquela tarefa investigativa.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1. ANÁLISE DAS APRENDIZAGENS DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU MEDIANTE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

Nesta seção, o objetivo consiste em analisar algumas atividades propostas para os(as) alunos(as), visando cumprir o objetivo proposto deste capítulo, dialogando com os referenciais teóricos.

Atividade 01: Escrevendo em Linguagem Matemática cujo objetivo foi compreender como os alunos escrevem uma determinada frase dada na linguagem usual ou corrente, passando para a linguagem matemática denominada de expressão algébrica.

A primeira compreensão que os alunos obtiveram é que na Matemática muito do que falamos podemos representar por meio de símbolos, como podemos perceber nas respostas atribuída pelo grupo 3.

ATIVIDADE 1: ESCRREVENDO A LINGUAGEM ALGÉBRICA

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

| Linguagem usual                   | Expressões algébricas |
|-----------------------------------|-----------------------|
| O dobro de um número              | $2x$                  |
| O triplo de um número mais cinco  | $3x + 5$              |
| O dobro de um número mais quatro  | $2x + 4$              |
| Um número mais sete               | $x + 7$               |
| O quádruplo de um número menos um | $4x - 1$              |
| O quadrado de um número mais um   | $x^2 + 1$             |
| A metade de um número menos dois  | $\frac{x}{2} - 2$     |

Figura 1. Resposta da atividade 01 - Aluna Gis, Grupo 3.

Esperávamos que a resposta dada pelo grupo tivesse alguma conexão com o comando da questão, todavia, o nítido erro cometido se apresenta na dificuldade de escrita algébrica, isto é, passar uma frase na linguagem usual para a linguagem chamada de expressão algébrica. Outro fator que pode ter contribuído para os erros é o desconhecimento dos termos dobro, triplo, quádruplo, quadrado e metade quanto as seus significados dentro do contexto matemático.



Do ponto de vista do pensamento algébrico, Fiorentini, Miorim e Miguel afirmam que: [...] não há razão para sustentar uma iniciação relativamente tardia ao ensino-aprendizagem da Álgebra. Ao Contrário, observamos que, desde as séries iniciais, o trabalho com esse tipo de pensamento se deve fazer presente na formação do estudante (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

**ATIVIDADE 1: ESCRREVENDO A LINGUAGEM ALGÉBRICA**

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

| Linguagem usual                   | Expressões algébricas |
|-----------------------------------|-----------------------|
| O dobro de um número              | $2x$                  |
| O triplo de um número mais cinco  | $3m + 5$              |
| O dobro de um número mais quatro  | $2x + 4$              |
| Um número mais sete               | $n + 7$               |
| O quádruplo de um número menos um | $4 - x$               |
| O quadrado de um número mais um   | $x^2 + 1$             |
| A metade de um número menos dois  | $\frac{x}{2} - 2$     |

**Figura 2.** Resposta da atividade 01 - Aluna Nat, Grupo 4.

Percebemos a existência de uma melhor compreensão por parte dos integrantes do grupo. A escrita contém menos erros. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) explicitam que “o professor é chamado a desempenhar um conjunto de papéis bem diversos no decorrer de uma investigação”, assim, desafiamos os alunos a mergulharem mais a fundo como investigadores. Os alunos desse grupo já começaram a utilizar a noção de variável para a representação de um termo desconhecido numa expressão algébrica. Um erro cometido na resposta é a ausência do sinal de adição indicando a soma de dois termos.

A aluna soube escrever as frases na linguagem algébrica. O erro cometido é mínimo. A aluna trocou o número sete pelo número cinco. E fica evidente o conhecimento da aluna a respeito dos termos dobro, metade, triplo e quádruplo. Salientamos que analisamos as pesquisas individualmente, todavia, os alunos realizaram a tarefa com a participação de todos os componentes.

**ATIVIDADE 1: ESCRREVENDO A LINGUAGEM ALGÉBRICA**

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

| Linguagem usual                   | Expressões algébricas |
|-----------------------------------|-----------------------|
| O dobro de um número              | $2x$                  |
| O triplo de um número mais cinco  | $3n + 5$              |
| O dobro de um número mais quatro  | $2x + 4$              |
| Um número mais sete               | $w + 7$               |
| O quádruplo de um número menos um | $4z - 1$              |
| O quadrado de um número mais um   | $x^2 + 1$             |
| A metade de um número menos dois  | $\frac{x}{2} - 2$     |

$0,5 - 2$        $\frac{x}{2}$        $x - 2$

**Figura 3.** Resposta da atividade 01 - Aluna Karol, Grupo 5.

No quadro abaixo, passe as frases em linguagem usual para a forma de expressões algébricas.

| Linguagem usual                   | Expressões algébricas                                     |
|-----------------------------------|---|
| O dobro de um número              | $2x$  |
| O triplo de um número mais cinco  | $3x + 5$  |
| O dobro de um número mais quatro  | $2x + 4$  |
| Um número mais sete               | $k + 7$   |
| O quádruplo de um número menos um | $4x - 1$  |
| O quadrado de um número mais um   | $2x + 1$  |
| A metade de um número menos dois  | <del><math>\frac{x}{2} - 2</math></del> $\frac{x}{2} - 2$ |

**Figura 4.** Resposta da atividade 01 - Aluno Tha, Grupo 1.

Analisando a resposta atribuída à questão, percebemos que ainda possui erro, todavia, o amadurecimento para compreensão da escrita algébrica é perceptível. Há o uso de letras indicando um valor desconhecido. Acreditamos que o erro cometido pelo aluno foi confundir o termo “quadrado” com o termo “dobro”. Percebemos que os cálculos aritméticos estão incompletos, não correspondem ao comando da atividade. Há, porém, acerto na escrita algébrica.

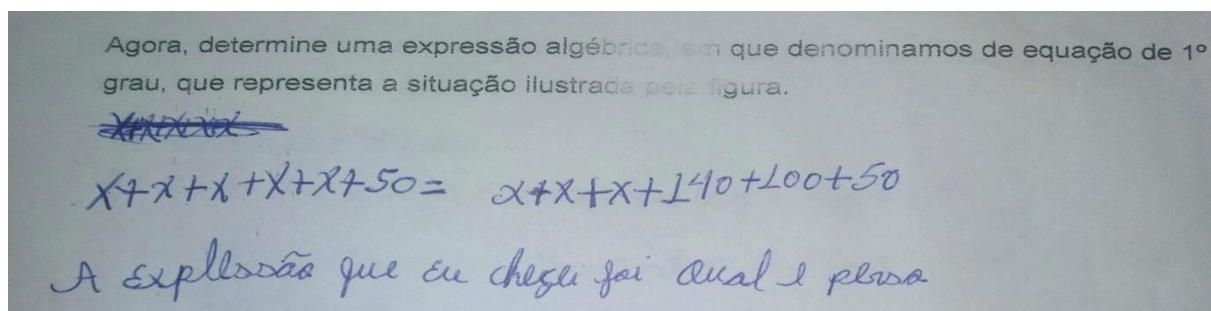
Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), aprender Álgebra significa ser capaz de pensar algebricamente e, que isso inclui o conhecimento das propriedade pois “a

identificação dessas propriedades e a sua generalização desde os primeiros anos de escolaridade constituem uma base importante para o modo de pensar algebricamente”.

Ainda segundo os autores Ponte, Branco e Matos (2009), o pensamento algébrico tem uma abrangência ampla gerando muitas competências, dentre as citadas: lidar com expressões algébricas, equações, sistemas de equações, inequações, estruturas matemáticas, que podem ser usadas na interpretação e resolução de problemas matemáticos. Assim, ancoramos nossa investigação nos referidos autores para enxergarmos a presença do pensamento algébrico nos alunos, através da análise da figura contida na tarefa seguida da escrita da equação do primeiro grau representativa da situação.

A referida atividade tinha como objetivo determinar a equação do 1º grau representada por uma expressão algébrica, a partir da figura da balança.

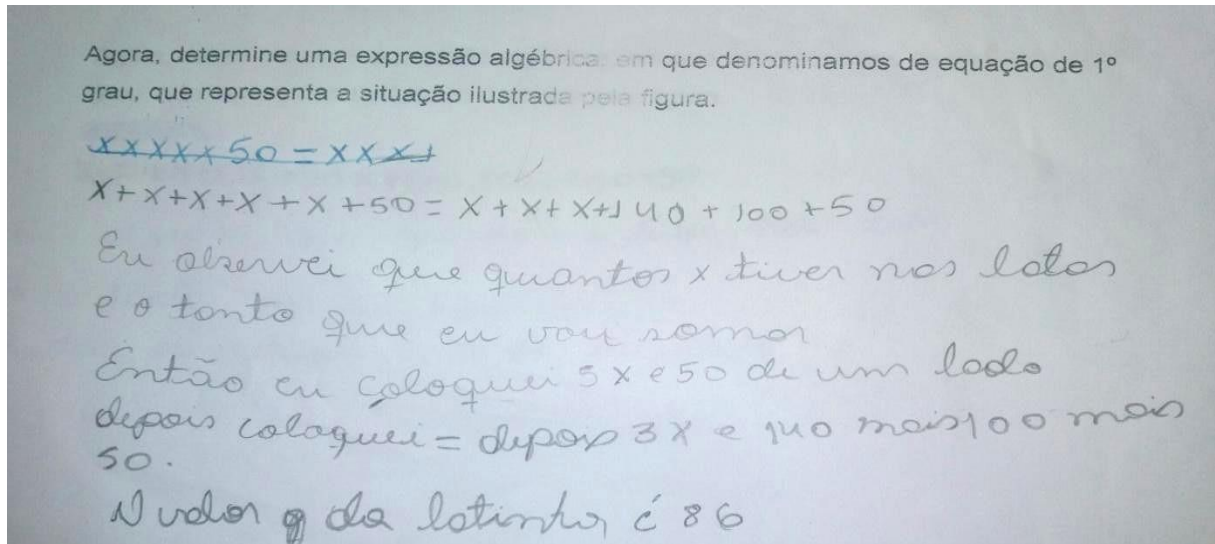
A seguir apresentaremos algumas das respostas feitas pelos alunos.



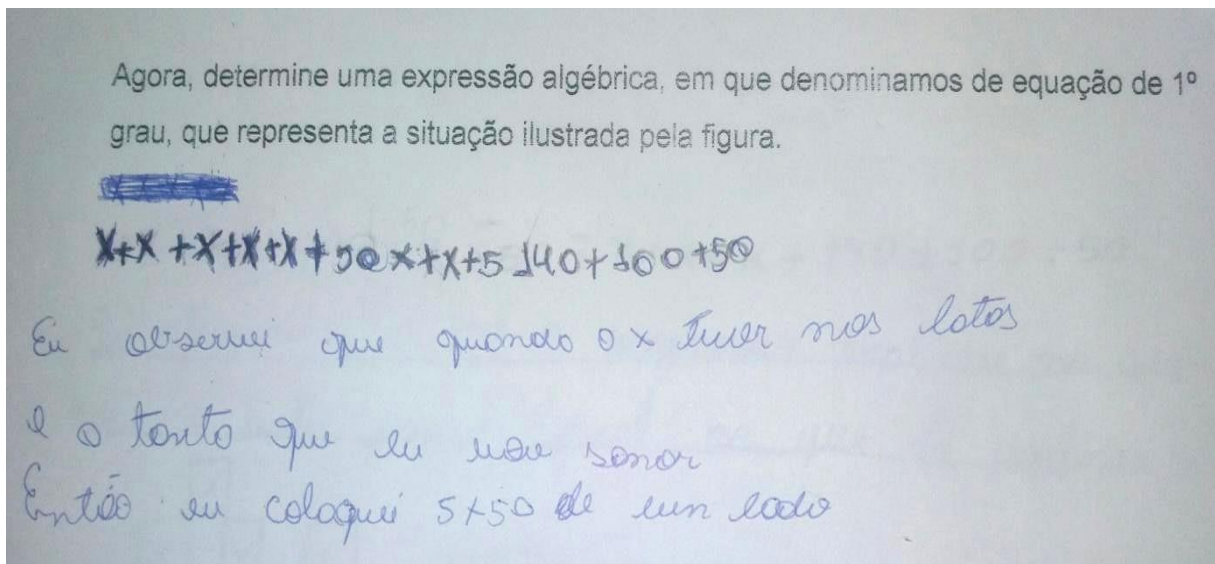
**Figura 5.** Resposta da atividade 03 - Aluna Agui, Grupo 2.

A aluna contou a quantidade de latinhas que estão contidas no prato da esquerda e no prato da direita e conseguiu de modo correto escrever a equação do 1º grau. Em nossa análise, percebemos a ausência da soma dos coeficientes da incógnita  $x$  e dos termos sem variável. A resolução mais precisa ficaria assim:  $5x + 50 = 3x + 290$ .

A aluna escreveu a expressão algébrica pedida. Foi mais além tentando descobrir o valor da massa de cada latinha, mas, errou em sua conclusão.



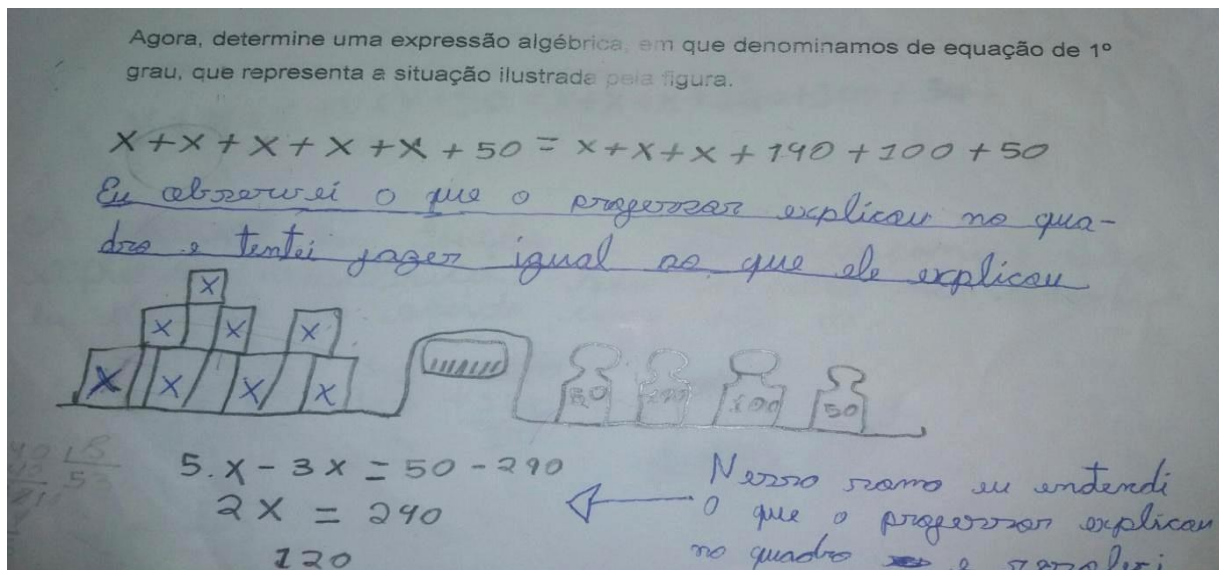
**Figura 6.** Resposta da atividade 03 - Aluna Cla, Grupo 2.



**Figura 7.** Resposta da atividade 03 - Aluna Ket, grupo 2.

A aluna relacionou a quantidade de latinhas com a quantidade de “x” a serem somados em cada lado da expressão algébrica. O erro está em não utilizar a igualdade separando os membros e atribuir a x o valor 5 no segundo membro.





**Figura 8.** Resposta da atividade 03 - Aluno Pet, Grupo 1.

O aluno demonstrou habilidade escrevendo a expressão algébrica adequada, aplicou o princípio aditivo, apresentando um pequeno erro ao fazer a subtração no segundo membro da equação.

Partindo desse raciocínio os autores abaixo expressam que:

No acompanhamento que o professor faz dos trabalhos dos alunos, ele deve procurar atingir um equilíbrio entre dois pólos. Por um lado, dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina Matemática (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006).

Desse modo, deixamos os alunos livres em suas conclusões da elucidação da atividade proposta.

A aluna escreveu a expressão algébrica, todavia, inferimos que a mesma ainda não compreendeu como deixar a expressão na forma simplificada  $5x + 50 = 3x + 290$ . Mesmo não constando no enunciado da atividade a aluna buscou determinar o valor de  $x$ . O erro da aluna acontece em supor o valor de cada latinha 40 g.

Agora, determine uma expressão algébrica em que denominamos de equação de 1º grau, que representa a situação ilustrada pela figura.

$$X + X + X + X + X + 50 = X + X + X + 140 + 100 + 50.$$

$\begin{array}{r} 40 \\ + 40 \\ + 40 \\ + 40 \\ + 40 \\ \hline 220 \end{array}$ 
 $\begin{array}{r} 40 \\ + 40 \\ + 40 \\ + 120 \\ \hline 340 \end{array}$ 
 $\begin{array}{r} 40 \\ + 40 \\ + 40 \\ + 120 \\ \hline 340 \end{array}$

$\begin{array}{r} 40 \\ 300 \\ \hline 290 \\ + 50 \\ \hline (340) \end{array}$

A ~~resposta~~ em função e pro responder qual a expressão algébrica que mostro no balança. Eu descrevi de acordo como esta lá.

Figura 9. Resposta da atividade 03 - Aluna Karol, grupo 5.

Agora, determine uma expressão algébrica em que denominamos de equação de 1º grau, que representa a situação ilustrada pela figura.

$$X + X + X + X + X + 50 = 300$$

$$50 \quad 50 \quad 50 \quad 50 \quad 50$$

$$X + X + X + 140 + 100 + 50 = 300$$

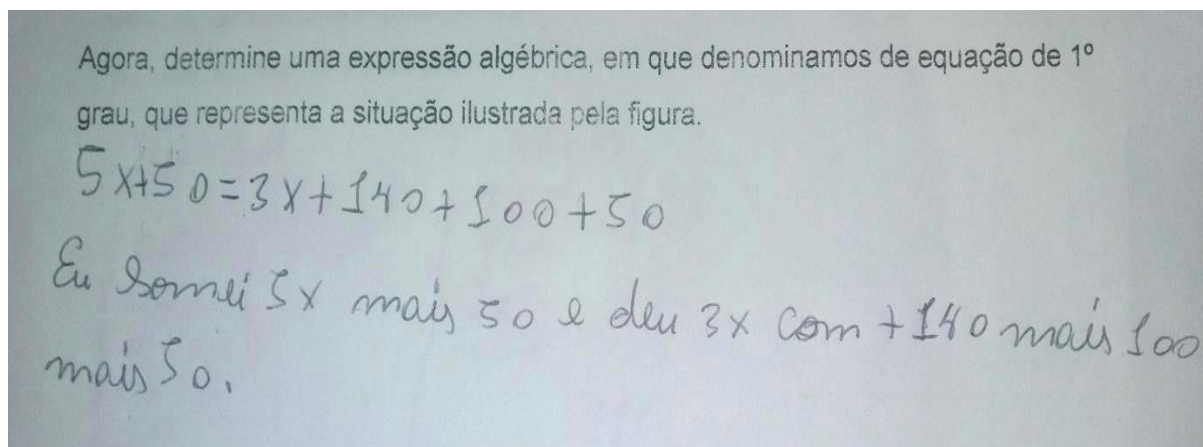
$$50 \quad 50 \quad 50$$

Eu fiz assim peguei as latinkas somei mais o ralo da garrafa estimei que cada lato vale 50 depois so somei

Figura 10. Resposta da atividade 03 - Aluna Gis, Grupo 3.

Na resolução aparecem vários erros tais como: a escrita separada da expressão algébrica, igualando os valores do primeiro e segundo membro igual a 300. Não foi apresentada pela aluna a equivalência entre os dois pratos da balança. Ainda que, atribuindo um valor para a incógnita x não percebeu a diferença dos valores no lado e no direito. A aluna não seguiu ao comando da questão.





**Figura 11.** Resposta da atividade 03 - Aluna Nat, Grupo 4.

A aluna resolveu a atividade de maneira mais satisfatória. Somou corretamente a quantidade de  $x$  que aparecem no primeiro membro e segundo membro da equação.

Convém explicitar, inicialmente, que os trabalhos realizados em sala de aula, com a proposta da metodologia da Investigação Matemática motivou aos alunos a trabalharem com as atividades propostas.

A atividade 01 com o título “Escrevendo em linguagem algébrica”, foi a primeira apresentada aos alunos. Convém destacar que os alunos não haviam tido até aquele momento aulas pertinentes ao conteúdo contido na atividade, logo, o contato com a álgebra elementar ocorreu por meio da tarefa apresentada.

Justificamos o parágrafo anterior dizendo que a Álgebra hoje é apresentada formalmente aos alunos do Ensino Fundamental, somente a partir do 7º ano quando letras são usadas para representar números, e de acordo com Souza e Diniz (1996), de forma fragmentada, abstrata e descontextualizada sem a preocupação com formação do conceito da variável em suas diversas formas.

Lins e Gimenez (1997) salientam que “é preciso começar mais cedo o trabalho com a Álgebra, e de modo que esta e a Aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”. Quando se faz uma ruptura entre a abordagem da Aritmética e a Álgebra o estudante não consegue perceber essa relação e encara como se fosse uma nova Matemática, a Matemática das letras como novas regras, fórmulas e aplicações; e isso impede que ele consiga fazer a associação entre os dois campos matemáticos, trazer os conceitos já absorvidos na Aritmética e aplicá-los na Álgebra de forma mais natural.

A turma foi dividida em cinco grupos com quatro componentes e cada aluno recebeu uma cópia da atividade. Após a leitura minuciosa da atividade os alunos não apresentaram

tanta dificuldade de compreender como seria o procedimento. Ao analisarmos os resultados produzidos pelos(as) alunos(as), pudemos perceber que havia divergência entre as várias respostas.

Para Ponte (2005), há muitos anos, a fundamentação da Álgebra era baseada em equações e na sua manipulação. Outros autores enfatizam a finalidade da Álgebra para a resolução de problemas. Porém, nos tempos atuais, um dos objetivos da Álgebra é o desenvolvimento do pensamento algébrico. O aluno, por sua vez, deverá saber fazer uso desse pensamento para resolver situações contextualizadas. Os erros contidos nas respostas dos alunos acontecem exatamente pela escassez do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais. Esses erros relacionam-se à passagem da língua natural ou figural para a linguagem matemática.

Desse modo, o pensamento algébrico está associado à capacidade de estabelecer generalizações e relações, interpretar situações e resolver problemas. Mason (1996) acentua que a generalização é o coração da Matemática. O trabalho voltado para a exploração de padrões é uma das vias para se desenvolver a capacidade de generalização com o reconhecimento das relações existentes entre as variáveis envolvidas. Este também possibilita a construção de uma regra geral.

Para que uma aula de investigação tenha sucesso, também é necessário um ambiente de aprendizagem propício, em que: “o aluno se sinta a vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos colegas (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006)”.

Estes objetivos foram alcançados pela maioria dos alunos, que após formularem suas conjecturas perceberam que nem todos os números podem ser solução de uma equação. O erro mais verificado apresentado pelos alunos foi o de atribuir à variável, qualquer valor numérico, a fim de mostrar o equilíbrio entre os dois membros da equação.

Em consonância com as pesquisas encontradas na revisão de literatura encontramos algumas similaridades entre o nosso trabalho e os pesquisados. Nós tratamos de analisar como o uso da Investigação Matemática auxilia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos básicos de Álgebra Elementar, especificamente as equações do 1º grau.

O trabalho de Baccarin (2012) traz como objetivo geral analisar o desenvolvimento de atividades que envolvam vários processos de investigação ou resolução num contexto matemático, buscando identificar a ocorrência da formação de conceitos algébricos por meio da ação do sujeito. Assim, é possível perceber “o primeiro momento de uma investigação

que é o reconhecimento da situação e sua exploração preliminar e a formulação de questões”, conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2006).

Justificamos o uso do termo “exploração preliminar” dentro de nossa pesquisa tomando como base o desconhecimento dos sujeitos sobre conceitos algébricos aplicados a equação do primeiro grau. Na realização da nossa pesquisa como já descrito no capítulo da Metodologia, dividimos os sujeitos em grupos para a realização das atividades de investigação, conforme aponta os autores abaixo:

Uma atividade de investigação desenvolve-se habitualmente em três fases, o que pode acontecer numa aula ou conjunto de aula: primeira, introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito; segunda fase, realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e por último, discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006).

Salientamos que todos os grupos compostos por quatro alunos, receberam as orientações preliminares, as atividades por escrito, todavia os grupos 1 e 2 absorveram mais claramente o conceito de investigação matemática definido por Ponte, Brocardo e oliveira (2006), durante as etapas desta investigação.

Nós garantimos, mediante o momento inicial, a compreensão dos alunos a respeito das atividades que seriam realizadas. Desse modo, ficamos na retaguarda, buscando compreender como os trabalhos dos alunos estavam sendo processados e prestando o apoio necessário. Por fim, salientamos a positividade das explorações desenvolvidas pelos alunos, pois as atividades investigadas geraram exploração e formulação de questões; conjecturas; testes e reformulação; justificação e avaliação.

#### **4. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Aqui retomamos a questão de pesquisa que se expressa da seguinte forma: Como a aplicação de atividades investigativas sobre equações de primeiro grau pode contribuir para aprendizagem de alunos do 7º ano?

Os resultados produzidos nos apontam que o uso de atividades investigativas pode constituir um meio rico no processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Álgebra Elementar. Podemos afirmar que as atividades advindas da metodologia Investigação

Matemática proporcionaram certa autonomia aos alunos, favorecendo-lhes a busca pelo conhecimento, apesar da incidência de erros relativos, sobretudo, em relação às operações aritméticas.

As atividades investigativas contribuíram no sentido de que os alunos buscassem estratégias diversas para solucionarem as questões propostas. Em suas estratégias procuraram resolver questões de áreas, perímetros e equações. As atividades contribuíram para os alunos testarem suas conjecturas, repensarem a forma mais correta de uma solução.

Na qualidade de pesquisador, afirmamos que as atividades de Investigação Matemática produziram nos alunos um espírito investigativo e, assim, possibilitaram a aprendizagem de equações do primeiro grau bem como de outros conteúdos pertinentes à Álgebra Elementar. Ainda, ressaltamos que o trabalho desenvolvido na sala de aula em que tomou como base o uso da Investigação Matemática, provocou os alunos a trabalharem com as atividades que lhes foram propostas.

Consideramos que a presente pesquisa tem alcançado os objetivos esperados com a aplicação das Atividades Investigativas. Tais objetivos assim descritos: Primeiro, descrever as estratégias utilizadas por alunos do 7º ano no desenvolvimento de tarefas de investigação matemática que contemplem as várias concepções de álgebra. As atividades propostas contemplam as várias concepções de álgebra, pois, abrangem os cálculos algébricos para determinar áreas, perímetros, letras como símbolos abstratos e resolução de equações a partir de um problema. O segundo objetivo que é analisar como os alunos aprendem Equações do 1º grau mediante o uso da Investigação Matemática, mostrou-nos que perante uma situação proposta, auxiliada de uma figura representativa, como uma balança de dois pratos, o aluno é capaz de aprender fazer relações com uma equação e resolvê-la.

Para além dos objetivos e atendendo as ações em uma aula de investigação, afirmamos que os alunos trabalharam em grupo e mostraram respeito pelos colegas, entraram em acordo com as divergências de cada questão sem brigas e quando um colega do grupo não entendia como os demais colegas estavam pensando no desenvolvendo da questão, eles tentavam explicar o seu pensamento para o colega. A realização de atividades de investigação na sala de aula parece ser fundamental quando se pretende que os alunos sejam construtores ativos do seu próprio conhecimento.

Apontamos que é pertinente em tempos de mudança curricular via BNCC (2017) e, sobretudo, das construções dos currículos de cada Estado e/ou Projeto Político Pedagógico das Escolas a exploração por parte dos(as) professores(as) da metodologia investigação matemática. Pelas mudanças ocorridas na BNCC (2017), a unidade de Álgebra começará a

ser trabalhada nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e isso não implica um adiantamento do conteúdo, mas trabalhar um modo de pensar que será utilizado mais tarde, quando for trabalhado equações, típico da Álgebra. E na Formação dos futuros professores que ensinam Matemática (Matemática e Pedagogia) e na formação continuada, mediante formação de grupos de estudo no âmbito das escolas.

Sugerimos em face da grande relevância deste trabalho continuidade da pesquisa, pois as mudanças curriculares requerem metodologias de ensino e aprendizagens diferenciadas. E sugerimos a continuidade deste trabalho focalizando: Como a Investigação Matemática contribui na exploração dos erros algébricos?

## 5. REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; PONTE, J. P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: APM e Projecto MPT, 1999.

ARAUJO, E. A. **Contextualização do ensino da álgebra e formação de professores**. Disponível em <[http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas\\_redondas/mr12c.doc](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr12c.doc)>. Acesso em: 24/05/2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação. Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília - DF, 1998.

BROCARD, H. **As investigações na aula de Matemática: um projecto curricular no 8º ano**. (Tese) Doutorado em Educação – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001.

BROUSSEAU, G. Fondements et methods de La didactique des Mathématiques. **Recherches en Didactique de Mathématiques**, v. 7, n. 2, 1986, p. 33 –115.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 3ª ed., 2009.

DUVAL, R. **Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2010.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Firentini-Fernandes-Cristovão2.doc>>. Acesso em: 03/10/2005.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIN, M. A. Contribuições para um repensar... A educação algébrica elementar. **Pro-posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª ed. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2009.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra.** (Dissertação) Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

HOGBEN, L. **Maravilhas da Matemática: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos.** Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

LAMONATO, M. **Investigando Geometria: aprendizagens de professoras da educação infantil.** (Dissertação) Mestrado - Universidade Federal de São Carlos, 2007.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papyrus, 1997.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.** 5ª ed. Campinas, SP: Papyrus, 2005

MINAYO, M. C. S.; GOMES, R.; DESLANDES, S. F. **Pesquisa Social: Teoria, método e criatividade.** 30ª ed. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2011.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. Álgebra no currículo escolar. **Educação e Matemática. Revista da Associação dos Professores de Matemática**, n. 85, p. 36-42, 2005

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e função.** 1º ed. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2015.

RICHARDSON, J. **A pesquisa qualitativa crítica e válida.** In: RICHARDSON, R. J.; et al. Pesquisa Social. 3ª ed. Revista e Ampliada. São Paulo: Atlas, 2012.

ROCHA, H. R. **Uso de Jogos e Materiais Concretos no Ensino de Expressões Algébricas e Equações do 1º e 2º Grau no Ensino Fundamental.** Goiânia: Biblioteca da UFG, 2017.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra: das variáveis às equações e funções.** 2ª ed. São Paulo: IME-USP, 1996.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.** São Paulo: Atlas, 2010.